BÀI TẬP ĐẠI SỐ LỚP 10 , PHẦN I: Mệnh đề...Hàm số.

(Dùng cho học sinh khá, giỏi và lớp 10 toán chuyên)

I. MỆNH ĐỀ.

Bài 1. Chứng minh "định lý"
"Nếu ba mệnh đề A, B, C có đúng một mệnh sai thì ba mệnh đề tương ứng
$A \Rightarrow B, B \Rightarrow C, C \Rightarrow A$ có đúng một mệnh đề sai" .
"định lý " trên có định lý đảo không?

Bài 2. Chứng minh "định lý":
" *Điều kiên cần và đủ để ba mệnh đề A, B, C không đồng thời có cùng một chân trị thì ba mệnh đề kéo theo $A \Rightarrow B, B \Rightarrow C, C \Rightarrow A$ có duy nhất một mệnh đề sai".*

Bài 3. Tìm chân trị của ba mệnh đề A, B, C biết hai mệnh đề sau đây có chân trị sai: $A \wedge (B \vee C)$ và $(A \vee B) \Rightarrow (B \wedge C)$.

Chứng minh bằng phương pháp phản chứng

Bài 1: Nếu n không phải số chính phương thì $\sqrt{n}$ là một số vô tỉ.

Bài 2. Nếu hai số nguyên dương a, b có tổng bình phương chia hết cho 3, thì cả hai số đó đều chia hết cho 3.

Bài 3. Chứng minh :
a) $\sqrt{2}$ là một số vô tỉ
b) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ là một số vô tỉ

Bài 4. Cho a.b.c khác 0, chứng minh rằng có ít nhất một trong ba phương trình sau có nghiệm :
$$ax^2 + 2bx + c = 0 \ (1),\ bx^2 + 2cx + a = 0 \ (2),\ cx^2 + 2ax + b = 0 \ (3).$$

Bài 5 : Cho ba số dương x, y ,z thỏa mãn xyz =1.
Chứng minh rằng nếu $x + y + z > \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ thì có một và chỉ một trong ba số này lớn hơn 1.

Bài 6. Chứng minh rằng có Ít nhất một trong hai phương trình $x^2 + ax + b = 0$ và $x^2 + cx + d = 0$ có nghiệm khi $ac \geq 2(b+d)$.

Bài 7. Cho $2^m - 1$ là một số nguyên tố . Chứng minh m là một số nguyên tố.

Bài 8. Chứng minh $(n^2 + 3n + 5)$ không chia hết cho 121. với $\forall n \in N^*$.

Bài 9. Chứng minh phương trình sau không có nghiệm nguyên $15x^2 - 7y^2 = 9$

Bài 10 Cho ΔABC có diện tích bằng 4 (đơn vị diện tích). Trên các cạnh BC, CA, AB lấy lần lượt các điểm A', B', C'. Chứng minh rằng: Trong tất cả các tam giác AB'C', A'BC', A'B'C có ít nhất một tam giác có diện tích nhỏ hơn hay bằng 1 (đơn vị diện tích).

Bài 11. Chứng minh rằng nếu số gồm có ba chữ số $\overline{abc}$ là số nguyên thì $b^2 - 4ac$ không phải là một số chính phương.

Chứng minh bằng Qui nạp.

Bài 1 : Chứng minh rằng với $n \in N^*$,ta có :

a) $2 + 5 + 8 + \ldots\ldots\ldots\ldots + 3n\text{-}1 = \dfrac{n(3n+1)}{2}$ **;**

b) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$;

<u>Bài 2</u>: Chứng minh rằng với $n \in N^*$,ta có :

a) $n^3 + 3n^2 + 5n$ chia hết cho 3 ;

b) $4^n + 15n - 1$ chia hết cho 9 ;

<u>Bài 3</u> : Chứng minh với mọi số tự nhiên $n \ge 2$,ta có các bất đẳng thức :

a) $n^n \ge (n+1)^{n-1}$**,** b) $2^{n+1} > 2n+3$ **.**

c) $1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \ldots\ldots + \dfrac{1}{n} > \dfrac{n+1}{n}$, .d) $\dfrac{1}{2}.\dfrac{3}{4}.\dfrac{4}{5}\ldots\ldots\dfrac{2n-1}{2n} < \dfrac{1}{\sqrt{2n+1}}$

<u>Bài 4</u> : Cho tổng :

$$Sn = \frac{1}{1.5} + \frac{1}{5.9} + \frac{1}{9.13} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)}.$$

a) Tính s_1, s_2, s_3, s_4;

b) Dự đoán công thức tính Sn và chứng minh bằng phương pháp quy nạp .

<u>Bài 5</u> . Tìm công thức tính tổng sau (với $n \in N$)

1) $S_n = 1 + 3 + 5 + \ldots\ldots + (2n-1)$

2) $S_n = \dfrac{1}{1.2} + \dfrac{1}{2.3} + \ldots\ldots + \dfrac{1}{n(n+1)}$

<u>Bài 6</u>. Cho n số dương $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_n$ thỏa mãn $x_1.x_2.x_3\ldots\ldots x_n = 1$.

Chứng minh : $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots + x_n \ge n$

<u>Bài 7</u>. Giả sử $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n$ là các số dương thỏa mãn : $x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots + x_n \le \dfrac{1}{2}$

Chứng minh rằng : $(1-x_1)(1-x_2)\ldots\ldots(1-x_n) \ge \dfrac{1}{2}$

<u>Bài 8.</u> Cho x là số thỏa mãn $|x| < 1$. Chứng minh rằng: $(1-x)^n + (1+x)^n < 2^n$ với $n \ge 2$ ($n \in N$)

<u>Bài 9</u>: Cho $a \ge -1, n \in N^*$. Hãy chứng minh

a) $(1+a)^n \ge 1 + na$ (1) (Bất đẳng thức Bernoulli)

b) $2008^{2012} + 2009^{2012} < 2010^{2012}$

Bài 10. Cho $\left(x + \dfrac{1}{x}\right)$ là số nguyên $(x \ne 0)$.

Chứng minh rằng $x^n + \dfrac{1}{x^n}$ nguyên với mọi n nguyên.

Bài 11. Cho $a \geq 0$. Chứng minh rằng $\sqrt{a+\sqrt{a+...\sqrt{a+\sqrt{a}}}} < \frac{1+\sqrt{4a+1}}{2}$

(n dấu căn bậc hai)

II. TẬP HỢP

Bài 1. Cho hai tập hợp $E = \left\{ n \in Z / \frac{3n+1}{2n+2} \in Z \right\}, F = \left\{ n \in Z / \left(2n+\sqrt{26}\right)\left(3n-\sqrt{89}\right) \leq 0 \right\}$.

Tính $(A \cup B) \setminus (B \cap A)$.

Bài 2.

a) Tìm tất cả các tập X sao cho $\{1;2\} \subset X \subset \{1;2;3;4;5\}$

b) Tìm các tập con A, B của tập $X = \{1;2;3;3;5;6;7;8;9\}$ sao cho

$A \cap B = \{4;6;9\}, A \cup \{3;4;5\} = \{1;3;4;5;6;8;9\}, B \cup \{4;8\} = \{2;4;6;8;9\}$

Bài 3. Cho ba tập hợp $A = (-4; m), B = (2;6), C = (m-1; m^2+1); (-4 < m \in R)$.

Định m để $(A \cap B) \subset C$.

Bài 4. Cho hai tập hợp con của số thực: $E = (-\infty; m), F = (3-2m; +\infty)$ với $m \in R$.

a) Khi $m = 2$ xác định các tập hợp $(E \cap F), (E \cup F), (E \setminus F), (F \setminus E)$ từ đó xét quan hệ của hai tập hợp$(E \cup F) | (E \cap F), (E \setminus F) \cup (F \setminus E)$

b) Định m để $(E \cap F) \subset (-1; 2012)$

Bài 5. Với ba tập tùy ý A, B,C. Chứng minh:

a) Nếu $A \subset B$ thì $A \cap B = A$. b) $A \setminus B = A \Leftrightarrow A \cap B = \Phi$,

c) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C), A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$

Bài 6. Có bao nhiêu cách chia một tập hợp gồm có 10 phần tử thành 5 tập , mỗi tập có 2 phần tử.

Bài 7. Các tập sau đây có bao nhiêu phần tử?

a) Tập các số chẵn có hai chữ số, b) Tập B là cac số lẻ có ba chữ số

Bài 8.. Cho tập X có n phần tử.

a) Có bao nhiêu tập con của tập X.

b) Có bao nhiêu tập con chứa k phần tử (0<k<n) lấy từ tập X.

Bài 9. Cho tập $X = \{1;2;3;4;5\}$.

Chia X thành hai tập con . Chứng minh rằng trong mỗi tập con, luôn luôn tìm được hai sooscos hiệu bằng một số cũng thuộc tập đó.

Bài 10. Một lớp học có 25 học sinh khá các môn tự nhiên, 24 học sinh khá môn xã hội, 10 học sinh khá môn tự nhiên và xã hội, 3 học sinh không khá môn tự nhiên và xã hội. Hỏi:

a) Lớp học có bao nhiêu học sinh khá môn tự nhiên nhưng không khá môn xã hội?

b) Lớp học có bao nhiêu học sinh?

Bài 11. Trong một bài kiểm tra toán có hai bài toán. Trong cả lớp có 30 em làm được bài thứ nhất và 20 em làm được bài thứ hai. Chỉ có 10 em làm được cả hai bài toán kiểm tra. Hãy tính số học sinh trong lớp.

Bài 12. Lớp 12A phải làm một bài kiểm tra Toán gồm có ba bài toán. Biết rằng mỗi em trong lớp đều làm được ít nhất một bài, trong lớp có 20 em làm được bài toán thứ nhất, 14 em giải được bài toán thứ hai, 10 em giải được bài toán thứ ba, 6 em giải được cả hai bài thứ nhất và thứ ba, 5 em giải được cả hai bài thứ hai và thứ ba, 2 em giải được cả hai bài thứ nhất và thứ hai và có mỗi một em 10 điểm giả đủ cả ba bài. Hỏi lớp học có bao nhiêu em tất cả?

Bài13. Lớp chuyên Toán có 13 học sinh chơi bóng đá, 22 học sinh bơi lội và 17 học sinh chơi cờ vua, trong đó có 5 học sinh chơi đá bóng và bơi lội, 7 học sinh bơi lội và cờ vua, 3 học sinh chơi cờ vua và đá bóng, đặc biệt có 4 học sinh giao lưu ở nước ngoài. Vậy lớp có bao nhiêu học sinh?

Bài 14. Trong giờ kiểm tra Toán của lớp 10 T1 có hai câu , một câu Đại số và một câu Hình học, có 30 em giải đúng được câu Đại số và 20 em giải đúng được câu hình học. Thang điểm của mỗi câu giải đúng là 5 điểm. Hỏi có bao nhiêu em được 10 điểm , biết rằng lớp học có 36 em tham gia làm bài kiểm tra và em nào cũng giải được ít nhất một bài.

III. ÁNH XẠ

Bài 1. Cho $A = R\setminus\{1\}$ và ánh xạ $f : A \to A$ xác định $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$.

a) Chứng minh f là một song ánh.

b) Xác định ánh xạ ngược f^{-1}. Có nhận xét gì?

Bài 2. Cho $A = \{a;b\}, B = \{1;2;3\}$.

a) Có bao nhiêu ánh xạ đi từ A sang B , tìm các ánh xạ đó? Có ánh xạ nào là toàn ánh không?

b) Trong các ánh xạ $f : B \to A$ có ánh xạ nào là đơn ánh hay không?

Bài 3. Cho hai ánh xạ $f : A \to B, g : B \to C$. Chứng minh rằng:

a) Nếu $g_o f$ đơn ánh thì f đơn ánh.

b) Nếu $g_o f$ đơn ánh và f toàn ánh thì g có phải đơn ánh hay không?

Bài 4. Cho ánh xạ $f : X \to Y$ và A, B là hai tập con của X, chứng mính rằng ta luôn có:

a) $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ nếu f là một đơn ánh.

b) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$.

Bài 5. Cho $f(x) = x^2 - 2x + 5$

a) Tìm m để $f : R \to [m;+\infty)$ là toàn ánh.

b) Tìm m để $f : [m;+\infty) \to [4;+\infty)$ là đơn ánh.

Bài 6. Cho $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$.

Xác định tập D để ánh xạ $f : R \to D$ song ánh, tìm ánh xạ ngược lúc đó.

Bài 7. Cho $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

a) Xác định $f^2 = f_o f, \quad f^3 = f_o f_o f$.

b) Xác định $f^n = \underbrace{f_o f....f}_{n\ lan}$.

Bài 8. Cho ánh xạ $f : R \to [k+\infty)$, với $k \in R$ và $f(x) = x^2 - 2x + 2$.

a) Chứng minh bằng phản chứng: *Khi $k < 1$ ánh xạ f không phải toàn ánh.*

b) Xác định $f^n = \underbrace{f_o f...._o f}_{n\ lan}$, với $n \in N$.

Bài 9. Xét tất cả các hàm đơn ánh $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện:

$f(x + f(x)) = 2x$,với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Chứng minh rằng hàm số $f(x) + x$ là một song ánh.

Bài 10. Xét tất cả các hàm $f, g, h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sao cho f là đơn ánh và h là song ánh thỏa mãn điều kiện $f(g(x)) = h(x)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Chứng minh rằng $g(x)$ là một hàm song ánh.

.
Ứng dụng nguyên lý DIRICHLE

Bài 1. : Có 10 đội bóng thi đấu với nhau trong một giải, mỗi đội phải đấu một trận với các đội khác. CMR vào bất cứ lúc nào cũng có hai đội đã đấu số trận như nhau.
Bài 2 : Trong 45 học sinh làm bài kiểm tra không có ai bị điểm dưới 2, chỉ có 2 học sinh được điểm 10. Chứng minh rằng có ít nhất cũng tìm được 6 học sinh có điểm kiểm tra bằng nhau (điểm kiểm tra là một số tự nhiên từ 0 đến 10)
Bài 3 : Giả sử 1 bàn cờ hình chữ nhật có 3 x 7 ô vuông được sơn đen hoặc trắng. Chứng minh rằng với cách sơn màu bất kì ,trong bàn cờ luôn tồn tại hình chữ nhật gồm các ô ở 4 góc là các ô cùng màu

IV. HÀM SỐ

A. KHÁI NIỆM

Bài 1. Tìm miền xác định và miền giá trị các hàm số sau:
a) $y=\sqrt{x^2-2x+2}$; $y=\sqrt{2x-x^2}$; $y=\sqrt{4-x}+\sqrt{3+x}$; $y=\sqrt{3-x^2}+\sqrt{4+x^2}$
b) $y=\dfrac{x-2}{x-1}$; $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$; $y=\dfrac{x^2+3}{x^2-x+2}$
Bài 2.
a) Cho hàm số $y=\sqrt{2x-m}+\sqrt{x-m-2}$.

Tìm m để hàm số y xác định với $\forall x>1$.
b) Tìm a để hàm số $y=\dfrac{\sqrt{3x-2a}}{x-a+2}$ xác định với mọi x > -1
Bài 3. Xét sự biến thiên của các hàm số sau:
$y=\dfrac{1}{x^2}$; $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$; $y=\dfrac{x^2}{x-1}$; $y=x^4-2x^2+1$
Bài 4. Chứng minh: *Cho hàm số f(x) đồng biến (nghịch biến) trong K và* $\exists x_o\in K: f(x_0)=m$ *thì*
+Phương trình $f(x)=m$ *có nghiệm duy nhất* $x=x_o$
+ Bất phương trình $f(x)>m$ *có nhiệm* $x>x_0$
Ứng dụng Giải các phương trình và bất phương trình sau:
a) $3\sqrt{2x-1}+2\sqrt{4+5x}=9$
b) $3\sqrt{-5x+14}+5\sqrt{7-3x}<11$
Bài 5. Xét tính chẵn lẽ của các hàm số sau
$y=x|x|$, $y=\dfrac{|x-2|+|x+2|}{|x+2|-|x-2|}$, $y=\cos x+2\sin^2 x$, $y=x^3-3x+2$, $y=x^4+2x^2+5$.
Bài 6. Cho hàm số $f:R\to R$.
Đặt $g(x)=\dfrac{1}{2}\left[f(x)+f(-x)\right]$; $h(x)=\dfrac{1}{2}\left[f(x)-f(-x)\right]$
a) Chứng minh g là hàm số chẵn, h là hàm số lẽ.
b) Chứng minh f là tổng của một hàm chẵn và hàm lẻ
Bài 7. Tìm hàm số y = f(x) vừa chẵn vừa lẻ
Bài 8. Cho hàm f xác định trên R, không đồng nhất bằng không và thỏa mãn điều kiện
$\forall x,y\in R: f(x+y)+f(x-y)=2f(x).f(y)$

Tính f(0) và chứng minh f là hàm số chẵn

Bài 9. Chứng minh đường cong sau có một trục đối xứng song song với trục tung

$y=\sqrt{3+x}+\sqrt{1-x}$

Bài 10. Chứng minh đường cong sau có một tâm đối xứng $y=\sqrt{6+x}-\sqrt{4-x}$

Bài 11. Chứng minh rằng đường cong $(C): y=x^4+4x^3-2x^2-12x$ nhận $x=1$ làm trục đối xứng.

Bài 12. Chứng minh đường cong $(C): y=\dfrac{2x^2-x}{x-1}$ nhận điểm I(1; 3) làm tâm đối xứng

Bài 13.Tìm tham số m để đường cong $(C): y=x^4+4mx^3-2x^2-12mx$ nhận $x=-1$ làm trục đối xứng.

Bài 14. Tìm tham số k để đường cong $y=\dfrac{x^2+(k-1)x+1-k}{x-1}$ nhận điểm I(1; 3) làm tâm đối xứng

B. HÀM BẬC NHẤT

Sử dùng tính đơn điệu hàm bậc nhất chứng minh

Bài 1. Chứng minh rằng với mọi $k\le 0$ ta luôn có $x^2-(2k-5)x+k-1\le 0$ với mọi $x\in[-5;0]$.

Bài 2. Cho $x,y,z\in[0;2]$. Chứng minh rằng $2(x+y+z)-(xy+yz+zx)\le 4$

Bài 3. Cho ba số không âm a,b,c thỏa mãn $a+b+c=3$. Chứng minh rằng $a^2+b^2+c^2+abc\ge 4$

Bài 3. Cho ba số không âm a,b,c thỏa mãn $a+b+c=1$. Chứng minh rằng $a^3+b^3+c^3+6abc\ge\dfrac{1}{4}$

Đồ thị

Bài 4. Cho hàm số $y=2|x-1|+|2-x|$.

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
b) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm sô.

Bài 5. Cho hàm số $y=|2-x|-2|x-1|+2x$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
b) Tùy theo m biện luận số nghiệm phương trình: $2|x-1|+m=|2-x|+2x$

Bài 6. Cho hàm số $y=|||x-1|-2|-3|$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số trên
b) Giải bất phương trình $1<|||x-1|-2|-3|<2$
c) Biện luận theo m số nghiệm của phương trình $|||x-1|-2|-3|=m$

Bài 7. Hãy biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ các điểm M (x, y) thỏa mãn biểu thức sau

a) $y^2+(2x-3)y-3x^2+2-x=0$
b) $|x-1|+|y-2|=4$

Bài 8. Cho hai họ đường thẳng phụ thuộc theo tham số m

$mx-y-m=0$ và $x+my-5=0$.

a) Chứng minh rằng với mọi m hai đường thẳng trên luôn luôn cắt nhau.
b) Chứng minh rằng giao điểm của hai đường thẳng trên luôn luôn nằm trên một đường tròn.

C. HÀM SỐ BẬC HAI

Bài1:Cho (P) : $y = x^2 - 4x + 5$.

1) Khảo sát và vẽ (P).
2) Tim hai giao điểm A và B của(P) và đường thẳng $y = x - 1$.

3) Tìm trên cung AB của (P) điểm M sao cho tam giác AMB vuông tại M.
4) Lập phương trình đường thẳng song song AB và tiếp xúc (P) .

Bài 2:Cho (p) $y=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}$

a) Khảo sát và vẽ (p).
b) Dựa vào (p) định m để phương trình :$x^2+2x-m=0$ có 2 nghiệm thuộc [-2 ; 0]
c) Giả sử (P) cắt trục Ox tại 2 điểm A và B. Tìm trên cung AB của (P) điểm M sao cho tam giác ABM có diện tích lớn nhất.Tính diện tích đó.

Bài 3: Cho hàm số: $y = ax^2+ bx +3$.

a) Tìm a, b sao cho đồ thị hàm số trên nhận S(2;-1) làm đỉnh. Khảo sát và vẽ trong trường hợp này,gọi là đồ thị (P).
b) Dựa vào đồ thị (P) vẽ đồ thị $y=\left|x^2-4x+3\right|$. Từ đó định k để phương trình sau có 4 nghiệm phân biệt: $\left|x^2-4x+3\right|=k$
c) Lập phương trình đường thẳng qua M(1;2) cắt (P) tại hai điểm A và B sao cho MA = MB.

Bài 4: Cho (P) :$y = -x^2 + 4x - 3$.

a. Khảo sát và vẽ (P).
b. Dựa vào đồ thi (p) vẽ đồ thị : $y=-x^2-4|x|-3$.Từ đó định m để phương trình sau đây có đúng 2 nghiệm :$x^2+4|x|-m=0$
c. Giả sử (P) cắt trục Ox tại 2 điểm A và B. Tìm trên cung AB của (P) điểm M sao cho tam giác ABC vuông tại M.

Bài 5. Cho hàm số $y=(x-1)|x-5|$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.
b) Định k để phương trình sau có 3 nghiệm phân biệt $(x-1)|x-5|-k=0$

Bài 6: Cho Parabol (P) $y = ax^2 +bx +3$.Và hai điểm A(-3;0) ; B(0; -4).

1) Xác định a và b để (P) nhận S(2;-1) làm đỉnh.Khảo sát và vẽ trong trường hợp đó.
2) Tìm trên (P) vừa vẽ một điểm M sao cho diện tích tam giác MAB nhỏ nhất.

Bài 7:

1) Khảo sát và vẽ đồ thị: $y=x|1-x|-3x+2$
2) Định m để phương trình sau có đúng 3 nghiệm: $x|1-x|-3x-m=0$...

Bài 8: Cho hàm số $y = mx^2 - 2x+ m+1$.

a) Chứng minh rằng rằng đồ thị hàm số trên luôn luôn đi qua một điểm cố dịnh
b) Định m để (P) qua điểm A(0; $\frac{3}{2}$) .Khảo sát và vẽ trong trường hợp này gọi là đồ thị (P)
c) Tìm Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên trong [0; 4].
d) Giả sử (P) cắt trục Ox tại 2 điểm A và B. Tìm trên cung AB của (P) điểm M sao cho tam giác ABC có diện tích bằng $\frac{1}{2}$(đvdt)

Bài 9. Tìm phương trình parabol (P) có trục đối xứng song song với trực tung và lần lượt tiếp xúc với ba đường thẳng $y=x-5, y=-3x+3, y=3x-12$

Bài 10. Cho parabol (P) $y=x^2+(2m+1)x+m^2-1$

1) Chứng minh rằng với mọi m, (P) luôn luôn cắt đường thẳng (d) y = x tại hai điểm phân biệt A, B có độ dài không đổi.
2) Chứng minh rằng với mọi m, (P) luôn luôn tiếp xúc với đường thẳng cố định.

Bài 11. Khảo sát và vẽ các đồ thị của các hàm số sau

$y=x|x|+3, y=x^2-2|x-1|, y=x^2-x|x-2|+3$

Bài 12. Tìm k để phương trình sau có 8 nghiệm $|x^2-4|x|+3|=k$

Bài 13. Cho hàm số $y=||x^2-4|+3x|-x+5$

a) Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số.

b) Tùy theo k biện luận số nghiệm của phương trình $||x^2-4|+3x|=k+x$

Bài 14. Định tham số m để các phương trình sau đây có nghiệm

a) $x^4-x^3-mx^2-x+1=0, \sqrt{2x^2-5x-m}=x-1,$

$\frac{x^2}{x^2+1}-\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}+2-m=0,\ 2x^2+x|x-1|+x+5-m=0$

Bài 15. Cho hàm số $f(x)=x^2+\text{ax+b}$.

Chứng minh rằng tồn tại một trong ba số $|f(-1)|,|f(0)|,|f(1)|$ không bé hơn $\frac{1}{2}$.

Bài 16. Cho hàm số $f(x)=ax^2+\text{bx+c}$ thỏa mãn điều kiện $|f(-1)|<1,|f(0)|<1,|f(1)|<1$

Chứng minh:

a) $|a|+|b|+|c|\le 3$

b) $|f(x)|\le\frac{5}{4}, \forall x\in[-1;1]$

Xác định hàm số

Hãy xác định hàm số f(x) và g(x) biết

a) $f(x)-xf(-x)=x+1,\ f(x)+xf\left(\frac{x}{2x-1}\right)=2$

a) $f(x)+f\left(\frac{1}{1-x}\right)=x+1-\frac{1}{x}$

b) $\begin{cases} f(x+1)+xg(x+1)=2x \\ f\left(\frac{x+1}{x-1}\right)+g\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=x-1 \end{cases}, \quad \begin{cases} f(2x-1)+g(1-x)=x+1 \\ f\left(\frac{x}{x+1}\right)+2g\left(\frac{1}{2x+2}\right)=3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} f(x+6)+2g(2x+15)=\frac{1}{2}(x+2) \\ f\left(\frac{x+2}{2}\right)+g(x+5)=x+4 \end{cases}$

Chú ý: ***Những bài toán trên do laisac sưu tầm có chọn lọc và trong đó cũng có rất nhiều bài chính do laisac tự biên soạn. Tất cả đều có lời giải, nhưng không tránh khỏi dài dòng, không đẹp và chưa phải là lời giải hay lắm, nên laisac mong các bạn đóng góp lời giải của mình hay nhất về địa chỉ*** laisaclvc@gmail.com

Laisac sẽ sớm đưa các lời giải của các bạn **(có kèm theo tên và địa chỉ của các bạn*)*** ***trong phần*** **HƯỚNG DẪN VÀ LỜI GIẢI** ***ở phần kế tiếp theo của file này. Chân thành cảm ơn sự đóng góp của các bạn!***

Nguyễn Lái

GV THPT chuyên Lương Văn Chánh