

Bài 1. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O). Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H và cắt đường tròn (O) lần lượt tại M, N, P.

Chứng minh rằng:

1. Các tứ giác AEHF, nội tiếp .
2. Bốn điểm B, C, E, F cùng nằm trên một đường tròn.
3. $AE.AC = AH.AD$; $AD.BC = BE.AC$.
4. H và M đối xứng nhau qua BC.
5. Xác định tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF.

Bài 2. Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$), các đường cao AD, BE, cắt nhau tại H. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AHE.

1. Chứng minh tứ giác CEHD nội tiếp .
2. Bốn điểm A, E, D, B cùng nằm trên một đường tròn.
3. Chứng minh $ED = \frac{1}{2} BC$.
4. Chứng minh DE là tiếp tuyến của đường tròn (O).
5. Tính độ dài DE biết $DH = 2$ Cm, $AH = 6$ Cm.

Bài 3 Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến Ax, By. Qua điểm M thuộc nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến thứ ba cắt các tiếp tuyến Ax, By lần lượt ở C và D. Các đường thẳng AD và BC cắt nhau tại N.

1. Chứng minh $AC + BD = CD$.
2. Chứng minh $\angle COD = 90^\circ$.
3. Chứng minh $AC \cdot BD = \frac{AB^2}{4}$.
4. Chứng minh $OC \parallel BM$
5. Chứng minh AB là tiếp tuyến của đường tròn đường kính CD.
6. Chứng minh $MN \perp AB$.
7. Xác định vị trí của M để chu vi tứ giác ACDB đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 4 Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$), I là tâm đường tròn nội tiếp, K là tâm đường tròn bàng tiếp góc A, O là trung điểm của IK.

1. Chứng minh B, C, I, K cùng nằm trên một đường tròn.
2. Chứng minh AC là tiếp tuyến của đường tròn (O).
3. Tính bán kính đường tròn (O) Biết $AB = AC = 20$ Cm, $BC = 24$ Cm.

Bài 5 Cho đường tròn (O; R), từ một điểm A trên (O) kẻ tiếp tuyến d với (O). Trên đường thẳng d lấy điểm M bất kì (M khác A) kẻ cát tuyến MNP và gọi K là trung điểm của NP, kẻ tiếp tuyến MB (B là tiếp điểm). Kẻ $AC \perp MB$, $BD \perp MA$, gọi H là giao điểm của AC và BD, I là giao điểm của OM và AB.

1. Chứng minh tứ giác AMBO nội tiếp.
2. Chứng minh năm điểm O, K, A, M, B cùng nằm trên một đường tròn .
3. Chứng minh $OI \cdot OM = R^2$; $OI \cdot IM = IA^2$.
4. Chứng minh OAHB là hình thoi.
5. Chứng minh ba điểm O, H, M thẳng hàng.
6. Tìm quỹ tích của điểm H khi M di chuyển trên đường thẳng d.

Bài 6 Cho tam giác ABC vuông ở A , đường cao AH . \sphericalangle là là đường kính của đường tròn $(A; AH)$. Tiếp tuyến của đường tròn tại D cắt CA ở E .

1. Chứng minh tam giác BEC cân.
2. Gọi I là hình chiếu của A trên BE , Chứng minh rằng $AI = AH$.
3. Chứng minh rằng BE là tiếp tuyến của đường tròn $(A; AH)$.
4. Chứng minh $BE = BH + DE$.

Bài 7 Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến Ax và lấy trên tiếp tuyến đó một điểm P sao cho $AP > R$, từ P kẻ tiếp tuyến tiếp xúc với (O) tại M .

1. Chứng minh rằng tứ giác $APMO$ nội tiếp được một đường tròn.
2. Chứng minh $BM \parallel OP$.
3. Đường thẳng vuông góc với AB ở O cắt tia BM tại N . Chứng minh tứ giác $ONPM$ là hình bình hành.
4. Biết AN cắt OP tại K , PM cắt ON tại I ; PN và OM kéo dài cắt nhau tại J . Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Bài 8 Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB và điểm M bất kì trên nửa đường tròn (M khác A, B). Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn kẻ tiếp tuyến Ax . Tia BM cắt Ax tại I ; tia phân giác của góc IAM cắt nửa đường tròn tại E ; cắt tia BM tại F tia BE cắt Ax tại H , cắt AM tại K .

- a) Chứng minh rằng: $EFMK$ là tứ giác nội tiếp.
- b) Chứng minh rằng: $AI^2 = IM \cdot IB$.
- c) Chứng minh BAF là tam giác cân.
- d) Chứng minh rằng : Tứ giác $AKFH$ là hình thoi.
- e) Xác định vị trí của M để tứ giác $AKFI$ nội tiếp được một đường tròn.

Bài 9 Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Kẻ tiếp tuyến Bx và lấy hai điểm C và D thuộc nửa đường tròn. Các tia AC và AD cắt Bx lần lượt ở E, F (F ở giữa B và E).

1. Chứng minh $AC \cdot AE$ không đổi.
2. Chứng minh $\angle ABD = \angle DFB$.
3. Chứng minh rằng $CEFD$ là tứ giác nội tiếp.

Bài 10 Cho đường tròn tâm O đường kính AB và điểm M bất kì trên nửa đường tròn sao cho $AM < MB$. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua AB và S là giao điểm của hai tia $BM, M'A$. Gọi P là chân đường vuông góc từ S đến AB .

1. Chứng minh bốn điểm A, M, S, P cùng nằm trên một đường tròn .
2. Gọi S' là giao điểm của MA và SP . Chứng minh rằng tam giác $PS'M$ cân.
3. Chứng minh PM là tiếp tuyến của đường tròn .

Bài 11. Cho tam giác ABC ($AB = AC$). Cạnh AB, BC, CA tiếp xúc với đường tròn (O) tại các điểm D, E, F . BF cắt (O) tại I , DI cắt BC tại M . Chứng minh :

1. Tam giác DEF có ba góc nhọn.
2. $DF \parallel BC$.
3. Tứ giác $BDFC$ nội tiếp.
4. $\frac{BD}{CB} = \frac{BM}{CF}$

Bài 12 Cho đường tròn (O) bán kính R có hai đường |
đoạn thẳng AB lấy điểm M (M khác O). CM cắt (O) tại
cắt tiếp tuyến tại N của đường tròn ở P. Chứng minh :

1. Tứ giác OMNP nội tiếp.
2. Tứ giác CMPO là hình bình hành.
3. CM, CN không phụ thuộc vào vị trí của điểm M.
4. Khi M di chuyển trên đoạn thẳng AB thì P chạy trên đoạn thẳng cố định nào.

Bài 13 Cho tam giác ABC vuông ở A ($AB > AC$), đường cao AH. Trên nửa mặt phẳng bờ BC
chứa điểm A, Vẽ nửa đường tròn đường kính BH cắt AB tại E, Nửa đường tròn đường kính HC
cắt AC tại F.

1. Chứng minh AFHE là hình chữ nhật.
2. BEFC là tứ giác nội tiếp.
3. AE. AB = AF. AC.
4. Chứng minh EF là tiếp tuyến chung của hai nửa đường tròn .

Bài 14 Cho điểm C thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AC = 10$ Cm, $CB = 40$ Cm. Vẽ về một phía của
AB các nửa đường tròn có đường kính theo thứ tự là AB, AC, CB và có tâm theo thứ tự là O, I, K.
Đường vuông góc với AB tại C cắt nửa đường tròn (O) tại E. Gọi M, N theo thứ tự là giao điểm
của EA, EB với các nửa đường tròn (I), (K).

1. Chứng minh $EC = MN$.
2. Chứng minh MN là tiếp tuyến chung của các nửa đường tròn (I), (K).
3. Tính MN.
4. Tính diện tích hình được giới hạn bởi ba nửa đường tròn .

Bài 15 Cho tam giác ABC vuông ở A. Trên cạnh AC lấy điểm M, dựng đường tròn (O) có đường
kính MC. đường thẳng BM cắt đường tròn (O) tại D. đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại S.

1. Chứng minh ABCD là tứ giác nội tiếp .
2. Chứng minh CA là tia phân giác của góc SCB.
3. Gọi E là giao điểm của BC với đường tròn (O). Chứng minh rằng các đường thẳng BA, EM, CD đồng quy.
4. Chứng minh DM là tia phân giác của góc ADE.
5. Chứng minh điểm M là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ADE.

Bài 16 Cho tam giác ABC vuông ở A.và một điểm D nằm giữa A và B. Đường tròn đường kính
BD cắt BC tại E. Các đường tròn CD, AE lần lượt cắt đường tròn tại F, G.

Chứng minh :

1. Tam giác ABC đồng dạng với tam giác EBD.
2. Tứ giác ADEC và AFBC nội tiếp .
3. $AC \parallel FG$.
4. Các đường thẳng AC, DE, FG đồng quy.

Bài 17. Cho tam giác đều ABC có đường cao là AH. Trên cạnh BC lấy điểm M bất kì (M không
trùng B, C, H) ; từ M kẻ MP, MQ vuông góc với các cạnh AB, AC.

1. Chứng minh APMQ là tứ giác nội tiếp và hãy xác định tâm O của đường tròn ngoại tiếp tứ
giác đó.
2. Chứng minh rằng $MP + MQ = AH$.
3. Chứng minh $OH \perp PQ$.

Bài 18. Cho đường tròn (O) đường kính AB . Trên đoạn thẳng OB lấy điểm H bất kì (H không trùng O, B); trên đường thẳng vuông góc với OB tại H , lấy một điểm M ở ngoài đường tròn; MA và MB thứ tự cắt đường tròn (O) tại C và D . Gọi I là giao điểm của AD và BC .

1. Chứng minh $MCID$ là tứ giác nội tiếp.
2. Chứng minh các đường tròn AD, BC, MH đồng quy tại I .
3. Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $MCID$, Chứng minh $KCOH$ là tứ giác nội tiếp.

Bài 19. Cho đường tròn (O) đường kính AC . Trên bán kính OC lấy điểm B tùy ý (B khác O, C). Gọi M là trung điểm của đoạn AB . Qua M kẻ dây cung DE vuông góc với AB . CD cắt đường tròn đường kính BC tại I .

1. Chứng minh tứ giác $BMDI$ nội tiếp.
2. Chứng minh tứ giác $ADBE$ là hình thoi.
3. Chứng minh $BI \parallel AD$.
4. Chứng minh I, B, E thẳng hàng.
5. Chứng minh MI là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BC .

Bài 20. Cho đường tròn $(O; R)$ và $(O'; R')$ có $R > R'$ tiếp xúc ngoài nhau tại C . Gọi AC và BC là hai đường kính đi qua điểm C của (O) và (O') . DE là dây cung của (O) vuông góc với AB tại trung điểm M của AB . Gọi giao điểm thứ hai của DC với (O') là F , BD cắt (O') tại G . Chứng minh rằng:

1. Tứ giác $MDGC$ nội tiếp.
2. Bốn điểm M, D, B, F cùng nằm trên một đường tròn.
3. Tứ giác $ADBE$ là hình thoi.
4. B, E, F thẳng hàng
5. DF, AG, AB đồng quy.
6. $MF = 1/2 DE$.
7. MF là tiếp tuyến của (O') .

Bài 21. Cho đường tròn (O) đường kính AB . Gọi I là trung điểm của OA . Vẽ đường tròn tâm I đi qua A , trên (I) lấy P bất kì, AP cắt (O) tại Q .

1. Chứng minh rằng các đường tròn (I) và (O) tiếp xúc ngoài nhau tại A .
2. Chứng minh $IP \parallel OQ$.
3. Chứng minh rằng $AP = PQ$.
4. Xác định vị trí của P để tam giác AQB có diện tích lớn nhất.

Bài 22. Cho hình vuông $ABCD$, điểm E thuộc cạnh BC . Qua B kẻ đường thẳng vuông góc với DE , đường thẳng này cắt các đường thẳng DE và DC theo thứ tự ở H và K .

1. Chứng minh $BHCD$ là tứ giác nội tiếp.
2. Tính góc CHK .
3. Chứng minh $KC \cdot KD = KH \cdot KB$
4. Khi E di chuyển trên cạnh BC thì H di chuyển trên đường nào?

Bài 23. Cho tam giác ABC vuông ở A . Dựng ở miền ngoài tam giác ABC các hình vuông $ABHK, ACDE$.

1. Chứng minh ba điểm H, A, D thẳng hàng.
2. Đường thẳng HD cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại F , Chứng minh FBC là tam giác vuông cân.
3. Cho biết $\angle ABC > 45^\circ$; gọi M là giao điểm của BF và ED , Chứng minh 5 điểm b, k, e, m, c cùng nằm trên một đường tròn.
4. Chứng minh MC là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Bài 24. Cho tam giác nhọn ABC có $\angle B = 45^\circ$. Vẽ đường tròn này cắt BA và BC tại D và E.

1. Chứng minh $AE = EB$.
2. Gọi H là giao điểm của CD và AE, Chứng minh rằng đường trung trực của đoạn HE đi qua trung điểm I của BH.
3. Chứng minh OD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác BDE.

Bài 25. Cho đường tròn (O), BC là dây bất kì ($BC < 2R$). Kẻ các tiếp tuyến với đường tròn (O) tại B và C chúng cắt nhau tại A. Trên cung nhỏ BC lấy một điểm M rồi kẻ các đường vuông góc MI, MH, MK xuống các cạnh tương ứng BC, AC, AB. Gọi giao điểm của BM, IK là P; giao điểm của CM, IH là Q.

1. Chứng minh tam giác ABC cân.
2. Các tứ giác BIMH, CIMH nội tiếp.
3. Chứng minh $MI^2 = MH \cdot MK$.
4. Chứng minh $PQ \perp MI$.

Bài 26. Cho đường tròn (O), đường kính $AB = 2R$. Vẽ dây cung $CD \perp AB$ ở H. Gọi M là điểm chính giữa của cung CB, I là giao điểm của CB và OM. K là giao điểm của AM và CB. Chứng minh:

1. $\frac{KC}{KB} = \frac{AC}{AB}$
2. AM là tia phân giác của góc CMD.
3. Tứ giác OHCI nội tiếp
4. Chứng minh đường vuông góc kẻ từ M đến AC cũng là tiếp tuyến của đường tròn tại M.

Bài 27 Cho đường tròn (O) và một điểm A ở ngoài đường tròn. các tiếp tuyến với đường tròn (O) kẻ từ A tiếp xúc với đường tròn (O) tại B và C. Gọi M là điểm tùy ý trên đường tròn (M khác B, C), từ M kẻ $MH \perp BC$, $MK \perp CA$, $MI \perp AB$.

1. tứ giác ABOC nội tiếp.
2. Chứng minh $\angle BAO = \angle BCO$.
3. Chứng minh tam giác MIH đồng dạng với tam giác MHK.
4. Chứng minh $MI \cdot MK = MH^2$.

Bài 28 Cho tam giác ABC nội tiếp (O). Gọi H là trực tâm của tam giác ABC; E là điểm đối xứng của H qua BC; F là điểm đối xứng của H qua trung điểm I của BC.

1. Chứng minh tứ giác BHCF là hình bình hành.
2. E, F nằm trên đường tròn (O).
3. Chứng minh tứ giác BCFE là hình thang cân.
4. Gọi G là giao điểm của AI và OH. Chứng minh G là trọng tâm của tam giác ABC.

Bài 29 BC là một dây cung của đường tròn (O; R) ($BC \neq 2R$). Điểm A di động trên cung lớn BC sao cho O luôn nằm trong tam giác ABC. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC đồng quy tại H.

1. Chứng minh tam giác AEF đồng dạng với tam giác ABC.
2. Gọi A' là trung điểm của BC, Chứng minh $AH = 2OA'$.
3. Gọi A₁ là trung điểm của EF, Chứng minh $R \cdot AA_1 = AA' \cdot OA'$.
4. Chứng minh $R(EF + FD + DE) = 2S_{ABC}$ suy ra vị trí của A để tổng $EF + FD + DE$ đạt giá trị lớn nhất.

Bài 30 Cho tam giác ABC nội tiếp $(O; R)$, tia phân giác của góc BAC cắt BC tại M . Đường cao AH và bán kính OA .

1. Chứng minh AM là phân giác của góc OAH .
2. Giả sử $\angle B > \angle C$. Chứng minh $\angle OAH = \angle B - \angle C$.
3. Cho $\angle BAC = 60^\circ$ và $\angle OAH = 20^\circ$. Tính:
 - a) $\angle B$ và $\angle C$ của tam giác ABC .
 - b) Diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây BC và cung nhỏ BC theo R .

Bài 31 Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp $(O; R)$, biết $\angle BAC = 60^\circ$.

1. Tính số đo góc BOC và độ dài BC theo R .
2. Vẽ đường kính CD của $(O; R)$; gọi H là giao điểm của ba đường cao của tam giác ABC . Chứng minh $BD \parallel AH$ và $AD \parallel BH$.
3. Tính AH theo R .

Bài 32 Cho đường tròn (O) , đường kính $AB = 2R$. Một cát tuyến MN quay quanh trung điểm H của OB .

1. Chứng minh khi MN di động, trung điểm I của MN luôn nằm trên một đường tròn cố định.
2. Từ A kẻ $Ax \perp MN$, tia Bi cắt Ax tại C . Chứng minh tứ giác $CMBN$ là hình bình hành.
3. Chứng minh C là trực tâm của tam giác AMN .
4. Khi MN quay quanh H thì C di động trên đường nào.
5. Cho $AM \cdot AN = 3R^2$, $AN = R\sqrt{3}$. Tính diện tích phần hình tròn (O) nằm ngoài tam giác AMN .

Bài 33 Cho tam giác ABC nội tiếp $(O; R)$, tia phân giác của góc BAC cắt BC tại I , cắt đường tròn tại M .

1. Chứng minh $OM \perp BC$.
2. Chứng minh $MC^2 = MI \cdot MA$.
3. Kẻ đường kính MN , các tia phân giác của góc B và C cắt đường thẳng AN tại P và Q . Chứng minh bốn điểm P, C, B, Q cùng thuộc một đường tròn.

Bài 34 Cho tam giác ABC cân ($AB = AC$), $BC = 6$ Cm, chiều cao $AH = 4$ Cm, nội tiếp đường tròn (O) đường kính AA' .

1. Tính bán kính của đường tròn (O) .
2. Kẻ đường kính CC' , tứ giác $CAC'A'$ là hình gì? Tại sao?
3. Kẻ $AK \perp CC'$ tứ giác $AKHC$ là hình gì? Tại sao?
4. Tính diện tích phần hình tròn (O) nằm ngoài tam giác ABC .

Bài 35 Cho đường tròn (O) , đường kính AB cố định, điểm I nằm giữa A và O sao cho $AI = \frac{2}{3}AO$. Kẻ dây MN vuông góc với AB tại I , gọi C là điểm tùy ý thuộc cung lớn MN sao cho C không trùng với M, N và B . Nối Ac cắt MN tại E .

1. Chứng minh tứ giác $IECB$ nội tiếp.
2. Chứng minh tam giác AME đồng dạng với tam giác ACM .
3. Chứng minh $AM^2 = AE \cdot AC$.
4. Chứng minh $AE \cdot AC - AI \cdot IB = AI^2$.
5. Hãy xác định vị trí của C sao cho khoảng cách từ N đến tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác CME là nhỏ nhất.

Bài 36 Cho tam giác nhọn ABC, Kẻ các đường cao AD lên AB, BE, CF, AC. Chứng minh:

1. Các tứ giác DMFP, DNEQ là hình chữ nhật.
2. Các tứ giác BMND; DNHP; DPQC nội tiếp.
3. Hai tam giác HNP và HCB đồng dạng.
4. Bốn điểm M, N, P, Q thẳng hàng.

Bài 37 Cho hai đường tròn (O) và (O') tiếp xúc ngoài tại A. Kẻ tiếp tuyến chung ngoài BC, $B \in (O)$, $C \in (O')$. tiếp tuyến chung trong tại A cắt tiếp tuyến chung ngoài BC ở I.

1. Chứng minh các tứ giác OBIA, AICO' nội tiếp.
2. Chứng minh $\angle BAC = 90^\circ$.
3. Tính số đo góc OIO'.
4. Tính độ dài BC biết $OA = 9\text{cm}$, $O'A = 4\text{cm}$.

Bài 38 Cho hai đường tròn (O); (O') tiếp xúc ngoài tại A, BC là tiếp tuyến chung ngoài, $B \in (O)$, $C \in (O')$. Tiếp tuyến chung trong tại A cắt tiếp tuyến chung ngoài BC ở M. Gọi E là giao điểm của OM và AB, F là giao điểm của O'M và AC. Chứng minh:

1. Chứng minh các tứ giác OBMA, AMCO' nội tiếp.
2. Tứ giác AEMF là hình chữ nhật.
3. $ME \cdot MO = MF \cdot MO'$.
4. OO' là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BC.
5. BC là tiếp tuyến của đường tròn đường kính OO'.

Bài 39 Cho đường tròn (O) đường kính BC, dây AD vuông góc với BC tại H. Gọi E, F theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ H đến AB, AC. Gọi (I), (K) theo thứ tự là các đường tròn ngoại tiếp tam giác HBE, HCF.

1. Hãy xác định vị trí tương đối của các đường tròn (I) và (O); (K) và (O); (I) và (K).
2. Tứ giác AEHF là hình gì? Vì sao?.
3. Chứng minh $AE \cdot AB = AF \cdot AC$.
4. Chứng minh EF là tiếp tuyến chung của hai đường tròn (I) và (K).
5. Xác định vị trí của H để EF có độ dài lớn nhất.

Bài 40 Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2R$. Từ A và B kẻ hai tiếp tuyến Ax, By. Trên Ax lấy điểm M rồi kẻ tiếp tuyến MP cắt By tại N.

1. Chứng minh tam giác MON đồng dạng với tam giác APB.
2. Chứng minh $AM \cdot BN = R^2$.
3. Tính tỉ số $\frac{S_{MON}}{S_{APB}}$ khi $AM = \frac{R}{2}$.
4. Tính thể tích của hình do nửa hình tròn APB quay quanh cạnh AB sinh ra.

Bài 41 Cho tam giác đều ABC, O là trung điểm của BC. Trên các cạnh AB, AC lần lượt lấy các điểm D, E sao cho $\angle DOE = 60^\circ$.

1. Chứng minh tích $BD \cdot CE$ không đổi.
2. Chứng minh hai tam giác BOD; OED đồng dạng. Từ đó suy ra tia DO là tia phân giác của góc BDE
3. Vẽ đường tròn tâm O tiếp xúc với AB. Chứng minh rằng đường tròn này luôn tiếp xúc với DE.

Bài 42 Cho tam giác ABC cân tại A. có cạnh đáy nh
Tiếp tuyến tại B và C lần lượt cắt AB, AC ở D và E. Chứng minh :

1. $BD^2 = AD \cdot CD$.
2. Tứ giác BCDE nội tiếp .
3. BC song song với DE.

Bài 43 Cho đường tròn (O) đường kính AB, điểm M thuộc đường tròn . Vẽ điểm N đối xứng với A qua M, BN cắt (O) tại C. Gọi E là giao điểm của AC và BM.

1. Chứng minh tứ giác MNCE nội tiếp .
2. Chứng minh $NE \perp AB$.
3. Gọi F là điểm đối xứng với E qua M. Chứng minh FA là tiếp tuyến của (O).
4. Chứng minh FN là tiếp tuyến của đường tròn (B; BA).

Bài 44 Cho hai đường tròn (O) và (O') cắt nhau tại A và B. Dây AC của đường tròn (O) tiếp xúc với đường tròn (O') tại A. Dây AD của đường tròn (O') tiếp xúc với đường tròn (O) tại A. Gọi K là điểm đối xứng với A qua trung điểm I của OO', E là điểm đối xứng với A qua B. Chứng minh rằng:

1. $AB \perp KB$.
2. Bốn điểm A, C, E, D cùng nằm trên một đường tròn

Bài 45 Cho tam giác cân ABC ($AB = AC$) nội tiếp đường tròn (O). Gọi D là trung điểm của AC; tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A cắt tia BD tại E. Tia CE cắt (O) tại F.

1. Chứng minh $BC \parallel AE$.
2. Chứng minh ABCE là hình bình hành.
3. Gọi I là trung điểm của CF và G là giao điểm của BC và OI. So sánh $\angle BAC$ và $\angle BGO$.

Bài 46 Cho đường tròn (O) đường kính AB , trên đường tròn ta lấy hai điểm C và D sao cho cung $AC =$ cung AD . Tiếp tuyến với đường tròn (O) vẽ từ B cắt AC tại F

1. Chứng minh hệ thức : $AB^2 = AC \cdot AF$.
2. Chứng minh BD tiếp xúc với đường tròn đường kính AF.
3. Khi C chạy trên nửa đường tròn đường kính AB (không chứa điểm D). Chứng minh rằng trung điểm I của đoạn à chạy trên một tia cố định , xác định tia cố định đó

Bài 47

Cho 3 điểm A; B; C cố định thẳng hàng theo thứ tự. Vẽ đường tròn (O) bất kỳ đi qua B và C (BC không là đường kính của (O)). Kẻ từ các tiếp tuyến AE và AF đến (O) (E; F là các tiếp điểm). Gọi I là trung điểm của BC; K là trung điểm của EF, giao điểm của FI với (O) là D. Chứng minh:

1. $AE^2 = AB \cdot AC$
2. Tứ giác AEOF
3. Năm điểm A; E; O; I; F cùng nằm trên một đường tròn.
4. ED song song với Ac.
5. Khi (O) thay đổi tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác OIK luôn thuộc một đường thẳng cố định.

Bài 48 : Cho tam giác ABC có ba góc nhọn. Đường tròn (O) đường kính BC cắt AB; AC tại E và D. BD cắt CE tại H; AH cắt BC tại I. Vẽ các tiếp tuyến AM và AN của (O). Chứng minh:

1. Các tứ giác ADHE; ADIB nội tiếp được.
2. $CD \cdot CA + BE \cdot BA = BC^2$.
3. M; H; N thẳng hàng.
4. Tính chu vi đường tròn ngoại tiếp tứ giác ADHE nếu tam giác ABCD là tam giác đều có cạnh bằng $2a$

Bài 49: Cho đường tròn (O; R) và điểm M nằm ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến MB; BC của (O) và tia Mx nằm giữa hai tia MO và MC. Qua B kẻ đường thẳng song song với Mx, đường thẳng này cắt (O) tại điểm thứ hai là A; AC cắt Mx tại I. Vẽ đường kính BB'. Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với BB' đường này cắt BC lần lượt tại K và E. Chứng minh:

1. Tứ giác MOIC nội tiếp.
2. OI vuông góc với Mx.
3. ME có độ dài không phụ thuộc vị trí của điểm M.
4. Khi M di động mà $OM = 2R$ thì K chuyển động trên đường nào? Tại sao?

Bài 50: Cho (O; R) và điểm $A \in (O)$. Một góc vuông xAy quay quanh A và luôn thoả mãn Ax; Ay cắt (O) tại các giao điểm thứ hai của Ax; Ay với (O) lần lượt là B; C. Đường tròn đường kính AO cắt AB; AC tại các điểm thứ hai tương ứng là M; N. Tia OM cắt (O) tại P. Gọi H là trực tâm tam giác AOP. Chứng minh:

1. Tứ giác AMON là hình chữ nhật.
2. $MN \parallel BC$.
3. Tứ giác PHOP nội tiếp.
4. Xác định vị trí của góc xAy sao cho tam giác AMN có diện tích lớn nhất.

Hình học 9 - Ôn thi vào 10