BÀI GIẢI CHI TIẾT PHƯƠNG TRÌNH – HỆ PHƯƠNG TRÌNH . GIÚP ÔN THI ĐẠI HỌC
WWW.NGUOITHAY.COM HOẶC WWW.NGUOITHAY.ORG

1/ Giải phương trình: $\sqrt{2x+3}+\sqrt{x+1}=3x+2\sqrt{2x^2+5x+3}-16$.

Giải: Đặt $t=\sqrt{2x+3}+\sqrt{x+1}>0$. (2) $\Leftrightarrow$ $x=3$

2/ Giải bất phương trình: $\dfrac{2^{1-x}-2^x+1}{2^x-1}\geq 0$

Giải: $0<x\leq 1$

3/ Giải phương trình: $\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3)+\dfrac{1}{4}\log_4(x-1)^8=3\log_8(4x)$.

Giải: (1) $\Leftrightarrow$ $(x+3)|x-1|=4x$ $\Leftrightarrow$ x = 3; x = $-3+2\sqrt{3}$

4/ Tìm m để phương trình sau có nghiệm x $\in\left[0;1+\sqrt{3}\right]$:

$$m\left(\sqrt{x^2-2x+2}+1\right)+x(2-x)\leq 0 \qquad (2)$$

Giải:Đặt $t=\sqrt{x^2-2x+2}$. (2) $\Leftrightarrow$ $m\leq\dfrac{t^2-2}{t+1}$ $(1\leq t\leq 2), \text{do } x\in[0;1+\sqrt{3}]$

Khảo sát $g(t)=\dfrac{t^2-2}{t+1}$ với $1\leq t\leq 2$. $g'(t)=\dfrac{t^2+2t+2}{(t+1)^2}>0$. Vậy g tăng trên [1,2]

Do đó, ycbt $\Leftrightarrow$ bpt $m\leq\dfrac{t^2-2}{t+1}$ có nghiệm t $\in$ [1,2] $\Leftrightarrow$ $m\leq\max\limits_{t\in[1;2]}g(t)=g(2)=\dfrac{2}{3}$

5/ Giải hệ phương trình : $\begin{cases}x^4-4x^2+y^2-6y+9=0\\x^2y+x^2+2y-22=0\end{cases}$ (2)

Giải: (2) $\Leftrightarrow\begin{cases}(x^2-2)^2+(y-3)^2=4\\(x^2-2+4)(y-3+3)+x^2-2-20=0\end{cases}$. Đặt $\begin{cases}x^2-2=u\\y-3=v\end{cases}$

Khi đó (2) $\Leftrightarrow\begin{cases}u^2+v^2=4\\u.v+4(u+v)=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=2\\v=0\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}u=0\\v=2\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases};\begin{cases}x=-2\\y=3\end{cases};\begin{cases}x=\sqrt{2}\\y=5\end{cases};\begin{cases}x=-\sqrt{2}\\y=5\end{cases}$

6/ 1) Giải phương trình: $5.3^{2x-1}-7.3^{x-1}+\sqrt{1-6.3^x+9^{x+1}}=0$ (1)

2) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ phương trình sau có 2 nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} \log_{\sqrt{3}}(x+1) - \log_{\sqrt{3}}(x-1) > \log_3 4 & (a) \\ \log_2(x^2-2x+5) - m\log_{(x^2-2x+5)} 2 = 5 & (b) \end{cases}$$

Giải: 1) Đặt $t = 3^x > 0$. (1) $\Leftrightarrow$ $5t^2 - 7t + 3|3t-1| = 0$ $\Rightarrow$ $x = \log_3 \frac{3}{5}$; $x = -\log_3 5$

2) $\begin{cases} \log_{\sqrt{3}}(x+1) - \log_{\sqrt{3}}(x-1) > \log_3 4 & (a) \\ \log_2(x^2-2x+5) - m\log_{(x^2-2x+5)} 2 = 5 & (b) \end{cases}$

- Giải (a) $\Leftrightarrow$ 1 < x < 3.
- Xét (b): Đặt $t = \log_2(x^2-2x+5)$. Từ x $\in$ (1; 3) $\Rightarrow$ t $\in$ (2; 3).

(b) $\Leftrightarrow$ $t^2 - 5t = m$. Xét hàm $f(t) = t^2 - 5t$, từ BBT $\Rightarrow$ $m \in \left(-\frac{25}{4}; -6\right)$

7/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 8x^3y^3 + 27 = 18y^3 \\ 4x^2y + 6x = y^2 \end{cases}$

Giải: (2) $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} (2x)^3 + \left(\frac{3}{y}\right)^3 = 18 \\ 2x.\frac{3}{y}\left(2x + \frac{3}{y}\right) = 3 \end{cases}$. Đặt a = 2x; b = $\frac{3}{y}$. (2) $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} a+b=3 \\ ab=1 \end{cases}$

Hệ đã cho có nghiệm: $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{4}; \frac{6}{3+\sqrt{5}}\right), \left(\frac{3+\sqrt{5}}{4}; \frac{6}{3-\sqrt{5}}\right)$

8/ Giải bất phương trình sau trên tập số thực: $\frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x}} \le \frac{1}{\sqrt{5-2x}}$ (1)

Giải: • Với $-2 \le x < \frac{1}{2}$: $\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} < 0, \sqrt{5-2x} > 0$, nên (1) luôn đúng

• Với $\frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$: (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} \ge \sqrt{5-2x}$ $\Leftrightarrow$ $2 \le x < \frac{5}{2}$

Tập nghiệm của (1) là $S = \left[-2; \frac{1}{2}\right) \cup \left[2; \frac{5}{2}\right)$

9/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + 1 + y(y+x) = 4y \\ (x^2+1)(y+x-2) = y \end{cases}$ (x, y $\in$ $\mathbb{R}$)

Giải: (2) $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} \frac{x^2+1}{y} + y + x - 2 = 2 \\ \frac{x^2+1}{y}(y+x-2) = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} \frac{x^2+1}{y} = 1 \\ y + x - 2 = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$

10/ Giải bất phương trình: $\sqrt{\log_2^2 x - \log_2 x^2 - 3} > \sqrt{5}(\log_4 x^2 - 3)$

Giải: BPT $\Leftrightarrow$ $\sqrt{\log_2^2 x - \log_2 x^2 - 3} > \sqrt{5}(\log_2 x - 3)$ (1)

Đặt t = $\log_2$x. (1) $\Leftrightarrow \sqrt{t^2 - 2t - 3} > \sqrt{5}(t-3) \Leftrightarrow \sqrt{(t-3)(t+1)} > \sqrt{5}(t-3)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \le -1 \\ \begin{cases} t > 3 \\ (t+1)(t-3) > 5(t-3)^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \le -1 \\ 3 < t < 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x \le -1 \\ 3 < \log_2 x < 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < x \le \frac{1}{2} \\ 8 < x < 16 \end{array}\right.$$

11/Giải phương trình: $\log^2(x^2+1)+(x^2-5)\log(x^2+1)-5x^2=0$

Giải: Đặt $\log(x^2+1)=y$. PT $\Leftrightarrow y^2+(x^2-5)y-5x^2=0 \Leftrightarrow y=5 \vee y=-x^2$; Nghiệm: $x=\pm\sqrt{99999}$; x = 0

12/ Giải phương trình: $8^x+1=2\sqrt[3]{2^{x+1}-1}$

Giải: Đặt $2^x=u>0; \sqrt[3]{2^{x+1}-1}=v$.

PT $\Leftrightarrow \begin{cases} u^3+1=2v \\ v^3+1=2u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^3+1=2v \\ (u-v)(u^2+uv+v^2+2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=v>0 \\ u^3-2u+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\log_2\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

13/ Tìm m để hệ phương trình: $\begin{cases} x^2y-x^2+y=2 \\ m\left(x^2+y\right)-x^2y=4 \end{cases}$ có ba nghiệm phân biệt

Giải: Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)x^4+2(m-3)x^2+2m-4=0 \quad (1) \\ y=\dfrac{x^2+2}{x^2+1} \end{cases}$.

- Khi m = 1: Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+1=0 \\ y=\dfrac{x^2+2}{x^2+1} \end{cases} \quad (VN)$
- Khi m ≠ 1. Đặt t = x^2 , $t \ge 0$. Xét $f(t)=(m-1)t^2+2(m-3)t+2m-4=0 \quad (2)$

Hệ PT có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có ba nghiệm *x* phân biệt

$\Leftrightarrow$ (2) có một nghiệm t = 0 và 1 nghiệm t > 0 $\Leftrightarrow \begin{cases} f(0)=0 \\ S=\dfrac{2(m-3)}{1-m}>0 \end{cases} \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow m=2$.

14/ Tìm m để hệ phương trình có nghiệm: $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=1 \\ x\sqrt{x}+y\sqrt{y}=1-3m \end{cases}$.

Giải: Đặt $u=\sqrt{x}, v=\sqrt{y}$ $(u \ge 0, v \ge 0)$. Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} u+v=1 \\ u^3+v^3=1-3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=1 \\ uv=m \end{cases}$. ĐS: $0 \le m \le \frac{1}{4}$.

15/ Tìm m để phương trình sau có nghiệm: $x(x-1)+4(x-1)\sqrt{\dfrac{x}{x-1}}=m$

Giải: Đặt $t=(x-1)\sqrt{\dfrac{x}{x-1}}$. PT có nghiệm khi $t^2+4t-m=0$ có nghiệm, suy ra $m \ge -4$.

Liên hệ www.nguoithay.org để xem bài giảng bằng video

16/ Giải phương trình: $3^x.2x = 3^x + 2x + 1$

Giải: Nhận xét; x = ± 1 là các nghiệm của PT. PT $\Leftrightarrow 3^x = \frac{2x+1}{2x-1}$.

Dựa vào tính đơn điệu ⇒ PT chỉ có các nghiệm x = ± 1.

17/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2-xy=3 & (a) \\ \sqrt{x^2+1}+\sqrt{y^2+1}=4 & (b) \end{cases}$

Giải (b) ⇔ $x^2+y^2+2\sqrt{(x^2+1).(y^2+1)}=14 \Leftrightarrow xy+2\sqrt{(xy)^2+xy+4}=11$ (c)

Đặt xy = p. $(c) \Leftrightarrow 2\sqrt{p^2+p+4}=11-p \Leftrightarrow \begin{cases} p\le 11 \\ 3p^2+26p-105=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} p=3 \\ p=\frac{-35}{3} \end{array}\right.$

(a) ⇔ $(x+y)^2=3xy+3$ • p = xy = $-\frac{35}{3}$ (loại) • p = xy = 3 ⇒ $x+y=\pm 2\sqrt{3}$

1/ Với $\begin{cases} xy=3 \\ x+y=2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow x=y=\sqrt{3}$ 2/ Với $\begin{cases} xy=3 \\ x+y=-2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow x=y=-\sqrt{3}$

Vậy hệ có hai nghiệm là: $(\sqrt{3};\sqrt{3}),\ (-\sqrt{3};-\sqrt{3})$

18/ Giải bất phương trình: $\log_2(4x^2-4x+1)-2x>2-(x+2)\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}-x\right)$

Giải: BPT $\Leftrightarrow x[\log_2(1-2x)+1]<0$ $\left(x<\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \frac{1}{4}<x<\frac{1}{2}$ hoặc x < 0

19/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+1+y(x+y)=4y \\ (x^2+1)(x+y-2)=y \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$

Giải: y = 0 không phải là nghiệm. Hệ PT ⇔ $\begin{cases} \frac{x^2+1}{y}+x+y-2=2 \\ \frac{x^2+1}{y}(x+y-2)=1 \end{cases}$

Đặt $u=\frac{x^2+1}{y}, v=x+y-2$. Ta có hệ $\begin{cases} u+v=2 \\ uv=1 \end{cases} \Leftrightarrow u=v=1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x^2+1}{y}=1 \\ x+y-2=1 \end{cases}$

Nghiệm của hpt đã cho là (1; 2), (–2; 5).

20/ Tìm *m* sao cho phương trình sau có nghiệm duy nhất: $\ln(mx)=2\ln(x+1)$

Giải: 1) ĐKXĐ: $x>-1, mx>0$. Như vậy trước hết phải có $m\neq 0$.

Khi đó, PT ⇔ $mx=(x+1)^2 \Leftrightarrow x^2+(2-m)x+1=0$ (1)

Phương trình này có: $\Delta=m^2-4m$.

- Với $m\in(0;4)$ ⇒ Δ < 0 ⇒ (1) vô nghiệm.
- Với $m=0$, (1) có nghiệm duy nhất $x=-1<0$ ⇒ loại.
- Với $m=4$, (1) có nghiệm duy nhất x = 1 thoả ĐKXĐ nên PT đã cho có nghiệm duy nhất.
- Với $m<0$, ĐKXĐ trở thành $-1<x<0$. Khi đó $\Delta>0$ nên (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 $(x_1<x_2)$.

Mặt khác, $f(-1)=m<0, f(0)=1>0$ nên $x_1<-1<x_2<0$, tức là chỉ có x_2 là nghiệm của phương trình đã cho. Như vậy, các giá trị $m<0$ thoả điều kiện bài toán.

• Với $m>4$. Khi đó, điều kiện xác định trở thành $x>0$ và (1) cũng có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 $(x_1<x_2)$. Áp dụng định lý Viet, ta thấy cả hai nghiệm này đều dương nên các giá trị $m>4$ cũng bị loại.

Tóm lại, phương trình đã cho có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi: $m\in(-\infty;0)\cup\{4\}$.

21/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x^2+91}=\sqrt{y-2}+y^2 & (1)\\ \sqrt{y^2+91}=\sqrt{x-2}+x^2 & (2)\end{cases}$

Giải: Điều kiện: $x\ge 2$ và $y\ge 2$: Lấy (1) trừ (2) vế theo vế ta được:

$$\sqrt{x^2+91}-\sqrt{y^2+91}=\sqrt{y-2}-\sqrt{x-2}+y^2-x^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-y^2}{\sqrt{x^2+91}+\sqrt{y^2+91}}=\frac{y-x}{\sqrt{y-2}+\sqrt{x-2}}+(y-x)(y+x)$$

$$\Leftrightarrow (x-y)\left(\frac{x+y}{\sqrt{x^2+91}+\sqrt{y^2+91}}+\frac{1}{\sqrt{x-2}+\sqrt{y-2}}+x+y\right)=0$$

$\Leftrightarrow$ x = y (trong ngoặc luôn dương và x và y đều lớn hơn 2)

Vậy từ hệ trên ta có: $\sqrt{x^2+91}=\sqrt{x-2}+x^2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+91}-10=\sqrt{x-2}-1+x^2-9$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-9}{\sqrt{x^2+91}+10}=\frac{x-3}{\sqrt{x-2}+1}+(x-3)(x+3) \Leftrightarrow (x-3)\left((x+3)\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+91}+10}-1\right)-\frac{1}{\sqrt{x-2}+1}\right)=0$$ $\Leftrightarrow$ x = 3

Vậy nghiệm của hệ x = y = 3

22/ Giải bất phương trình: $\log_2(\sqrt{3x+1}+6)-1\ge\log_2(7-\sqrt{10-x})$

Giải: Điều kiện: $-\frac{1}{3}\le x\le 10$

BPT $\Leftrightarrow \log_2\frac{\sqrt{3x+1}+6}{2}\ge\log_2(7-\sqrt{10-x}) \Rightarrow \frac{\sqrt{3x+1}+6}{2}\ge 7-\sqrt{10-x}$

$\Rightarrow \sqrt{3x+1}+6\ge 2(7-\sqrt{10-x}) \Rightarrow \sqrt{3x+1}+2\sqrt{10-x}\ge 8 \Rightarrow 49x^2-418x+369\le 0$

$\Rightarrow 1\le x\le\frac{369}{49}$ (thoả)

23/ Giải phương trình: $2x+1+x\sqrt{x^2+2}+(x+1)\sqrt{x^2+2x+3}=0$

Giải:

Đặt:

$$\begin{cases}u=\sqrt{x^2+2},\ u>0\\ v=\sqrt{x^2+2x+3},\ v>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u^2=x^2+2\\ v^2=x^2+2x+3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}v^2-u^2=2x+1\\ x^2=\dfrac{v^2-u^2-1}{2}\end{cases}$$

PT $\Leftrightarrow$ $$(v-u)\left[(v-u)\left(1+\frac{v+u}{2}\right)+\frac{1}{2}\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}v-u=0 & (b)\\ (v+u)\left(1+\dfrac{v+u}{2}\right)+\dfrac{1}{2}=0 & (c)\end{array}\right.$$

Vì u > 0, v > 0, nên (c) vô nghiệm.

Do đó: PT $\Leftrightarrow v-u=0 \Leftrightarrow v=u \Leftrightarrow \sqrt{x^2+2x+3}=\sqrt{x^2+2} \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$

24/ Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2-3x+2}-\sqrt{2x^2-3x+1}\ge x-1$

Giải: Tập xác định: D = $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup\{1\}\cup[2;+\infty)$ • x = 1 là nghiệm

• $x\ge 2$: BPT $\Leftrightarrow \sqrt{x-2}\ge\sqrt{x-1}+\sqrt{2x-1}$ vô nghiệm

• $x\le\frac{1}{2}$: BPT $\Leftrightarrow \sqrt{2-x}+\sqrt{1-x}\ge\sqrt{1-2x}$ có nghiệm $x\le\frac{1}{2}$

$\Rightarrow$ BPT có tập nghiệm S= $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right]\cup\{1\}$

25/ Giải phương trình: $x^2-2(x+1)\sqrt{3x+1}=2\sqrt{2x^2+5x+2}-8x-5$.

Giải:

Điều kiện: $x\ge-\frac{1}{3}$.

PT $\Leftrightarrow \left[(x+1)^2-2(x+1)\sqrt{3x+1}+\left(\sqrt{3x+1}\right)^2\right]+\left[\left(\sqrt{x+2}\right)^2-2\sqrt{2x^2+5x+2}+\left(\sqrt{2x+1}\right)^2\right]=0$

26/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^3-6x^2y+9xy^2-4y^3=0\\ \sqrt{x-y}+\sqrt{x+y}=2\end{cases}$

Giải:

$\begin{cases}x^3-6x^2y+9xy^2-4y^3=0 & (1)\\ \sqrt{x-y}+\sqrt{x+y}=2 & (2)\end{cases}$. Ta có: (1) $\Leftrightarrow (x-y)^2(x-4y)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=y\\ x=4y\end{array}\right.$

• Với $x = y$: (2) $\Rightarrow$ x = y = 2

• Với $x = 4y$: (2) $\Rightarrow x=32-8\sqrt{15};\ y=8-2\sqrt{15}$

27/ Giải phương trình: $x^2-3x+1=-\tan\frac{\pi}{6}\sqrt{x^2+x^2+1}$

Giải:

PT $\Leftrightarrow x^2-3x+1=-\frac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{x^4+x^2+1}$ (1)

Chú ý: $x^4+x^2+1=(x^2+x+1)(x^2-x+1)$, $x^2-3x+1=2(x^2-x+1)-(x^2+x+1)$

Do đó: (1) $\Leftrightarrow 2(x^2-x+1)-(x^2+x+1)=-\frac{\sqrt{3}}{3}\sqrt{(x^2+x+1)(x^2-x+1)}$.

Chia 2 vế cho $x^2+x+1=\left(\sqrt{x^2+x+1}\right)^2$ và đặt $t=\sqrt{\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}}, t>0$

Ta được: (1) $\Leftrightarrow$ $2t^2+\frac{\sqrt{3}}{3}t-1=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{-3}{2\sqrt{3}}<0 \\ t=\frac{1}{\sqrt{3}} \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \sqrt{\frac{x^2-x+1}{x^2+x+1}}=\frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x=1$.

28/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+5x+y=9 \\ 3x^3+x^2y+2xy+6x^2=18 \end{cases}$

Giải: Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} y=9-x^2-5x \\ x^4+4x^3-5x^2-18x+18=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=9-x^2-5x \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \\ x=-1\pm\sqrt{7} \end{array}\right. \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1;\ y=3 \\ x=-3;\ y=15 \\ x=-1-\sqrt{7};\ y=6+3\sqrt{7} \\ x=-1+\sqrt{7};\ y=6-3\sqrt{7} \end{array}\right.$

29/ Giải bất phương trình: $\sqrt{x-3}\le\sqrt{x+12}-\sqrt{2x+1}$

Giải: BPT $\Leftrightarrow 3\le x\le 4$.

30/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x-2y-\sqrt{xy}=0 \\ \sqrt{x-1}+\sqrt{4y-1}=2 \end{cases}$.

Giải : Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}-2\sqrt{y}\right)=0 \\ \sqrt{x-1}+\sqrt{4y-1}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-2\sqrt{y}=0 \\ \sqrt{x-1}+\sqrt{4y-1}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4y \\ \sqrt{4y-1}=1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$

31/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 8x^3y^3+27=7y^3 & (1) \\ 4x^2y+6x=y^2 & (2) \end{cases}$

Giải:

Từ (1) $\Rightarrow y\neq 0$. Khi đó Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} 8x^3y^3+27=7y^3 \\ 4x^2y^2+6xy=y^3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=xy \\ 8t^3+27=4t^2+6t \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=xy \\ t=-\frac{3}{2};\ t=\frac{1}{2};\ t=\frac{9}{2} \end{cases}$$

- Với $t=-\frac{3}{2}$: Từ (1) $\Rightarrow y=0$ (loại). • Với $t=\frac{1}{2}$: Từ (1) $\Rightarrow \left(x=\frac{1}{2\sqrt[3]{4}};y=\sqrt[3]{4}\right)$
- Với $t=\frac{9}{2}$: Từ (1) $\Rightarrow \left(x=\frac{3}{2\sqrt[3]{4}};y=3\sqrt[3]{4}\right)$

32/ Giải phương trình: $3^x.2x=3^x+2x+1$

Giải

PT $\Leftrightarrow 3^x(2x-1)=2x+1$ (1). Ta thấy $x=\frac{1}{2}$ không phải là nghiệm của (1).

Với $x\neq\frac{1}{2}$, ta có: (1) $\Leftrightarrow 3^x=\frac{2x+1}{2x-1}\Leftrightarrow 3^x-\frac{2x+1}{2x-1}=0$

Đặt $f(x)=3^x-\frac{2x+1}{2x-1}=3^x-2-\frac{3}{2x-1}$. Ta có: $f'(x)=3^x\ln 3+\frac{6}{(2x-1)^2}>0,\ \forall x\neq\frac{1}{2}$

Do đó *f(x)* đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ $\Rightarrow$ Phương trình *f(x)* = 0 có nhiều nhất 1 nghiệm trên từng khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right),\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Ta thấy $x=1,\ x=-1$ là các nghiệm của *f(x)* = 0. Vậy PT có 2 nghiệm $x=1,\ x=-1$.

33/ Giải phương trình: $\sqrt[4]{x-\sqrt{x^2-1}}+\sqrt{x+\sqrt{x^2+1}}=2$

Giải:

Điều kiện: $\begin{cases}x^2-1\geq 0\\ x\geq\sqrt{x^2-1}\end{cases}\Leftrightarrow x\geq 1$.

Khi đó: $\sqrt{x+\sqrt{x^2+1}}>\sqrt{x+\sqrt{x^2-1}}\geq\sqrt[4]{x+\sqrt{x^2-1}}$ (do $x\geq 1$)

$\Rightarrow$ VT > $\sqrt[4]{x-\sqrt{x^2-1}}+\sqrt[4]{x+\sqrt{x^2-1}}\overset{Côsi}{\geq}2\sqrt[8]{\left(x-\sqrt{x^2-1}\right)\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)}$ = 2 $\Rightarrow$ PT vô nghiệm.

34/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+y^2+\frac{2xy}{x+y}=1\\ \sqrt{x+y}=x^2-y\end{cases}$

Giải: $\begin{cases}x^2+y^2+\frac{2xy}{x+y}=1 & (1)\\ \sqrt{x+y}=x^2-y & (2)\end{cases}$. Điều kiện: $x+y>0$.

(1) $\Leftrightarrow (x+y)^2-1-2xy\left(1-\frac{1}{x+y}\right)=0\Leftrightarrow (x+y-1)(x^2+y^2+x+y)=0\Leftrightarrow x+y-1=0$

(vì $x+y>0$ nên $x^2+y^2+x+y>0$)

Thay $x=1-y$ vào (2) ta được: $1=x^2-(1-x)\Leftrightarrow x^2+x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=1 & (y=0)\\ x=-2 & (y=3)\end{array}\right.$

Vậy hệ có 2 nghiệm: (1; 0), (–2; 3).

35/ Giải hệ phương trình: $2\sqrt[3]{3x-2}+3\sqrt{6-5x}-8=0$

Giải: Điều kiện: $x\leq\frac{6}{5}$. Đặt $\begin{cases}u=\sqrt[3]{3x-2}\\ v=\sqrt{6-5x}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u^3=3x-2\\ v^2=6-5x\end{cases}$.

Ta có hệ PT: $\begin{cases}2u+3v=8\\ 5u^3+3v^2=8\end{cases}$. Giải hệ này ta được $\begin{cases}u=-2\\ v=4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3x-2=-2\\ 6-5x=16\end{cases}\Leftrightarrow x=-2$.

Thử lại, ta thấy $x=-2$ là nghiệm của PT. Vậy PT có nghiệm $x=-2$.

36/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2y^2-x^2=1 \\ 2x^3-y^3=2y-x \end{cases}$

Giải: Ta có: $2x^3-y^3=\left(2y^2-x^2\right)\left(2y-x\right)\Leftrightarrow x^3+2x^2y+2xy^2-5y^3=0$

Khi $y=0$ thì hệ VN.

Khi $y\neq 0$, chia 2 vế cho $y^3\neq 0$ ta được: $\left(\dfrac{x}{y}\right)^3+2\left(\dfrac{x}{y}\right)^2+2\left(\dfrac{x}{y}\right)-5=0$

Đặt $t=\dfrac{x}{y}$, ta có : $t^3+2t^2+2t-5=0\Leftrightarrow t=1\Leftrightarrow \begin{cases} y=x \\ y^2=1 \end{cases}\Leftrightarrow x=y=1, x=y=-1$

37/ Tìm các giá trị của tham số m sao cho hệ phương trình $\begin{cases} 2y-x=m \\ y+\sqrt{xy}=1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

Giải: $\begin{cases} 2y-x=m & (1) \\ y+\sqrt{xy}=1 & (2) \end{cases}$.

Từ (1) $\Rightarrow$ $x=2y-m$, nên (2) $\Leftrightarrow$ $\sqrt{2y^2-my}=1-y\Leftrightarrow \begin{cases} y\leq 1 \\ m=y-\dfrac{1}{y}+2 \end{cases}$ (vì $y\neq 0$)

Xét $f\left(y\right)=y-\dfrac{1}{y}+2\Rightarrow f'\left(y\right)=1+\dfrac{1}{y^2}>0$

Dựa vào BTT ta kết luận được hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m>2$.

38/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3\left(x^3-y^3\right)=4xy \\ x^2y^2=9 \end{cases}$

Giải: Ta có : $x^2y^2=9\Leftrightarrow xy=\pm 3$.

- Khi: $xy=3$, ta có: $x^3-y^3=4$ và $x^3.\left(-y^3\right)=-27$

Suy ra: $x^3;\left(-y^3\right)$ là các nghiệm của phương trình: $X^2-4X-27=0\Leftrightarrow X=2\pm\sqrt{31}$

Vậy nghiệm của Hệ PT là:

$$x=\sqrt[3]{2+\sqrt{31}}, y=-\sqrt[3]{2-\sqrt{31}} \text{ hoặc } x=\sqrt[3]{2-\sqrt{31}}, y=-\sqrt[3]{2+\sqrt{31}}.$$

- Khi: $xy=-3$, ta có: $x^3-y^3=-4$ và $x^3.\left(-y^3\right)=27$

Suy ra: $x^3;\left(-y^3\right)$ là nghiệm của phương trình: $X^2+4X+27=0$ $\quad$ ($PTVN$)

39/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \dfrac{3}{x^2+y^2-1}+2\dfrac{y}{x}=1 \\ x^2+y^2+4\dfrac{x}{y}=22 \end{cases}$

Giải: Điều kiện: $x\neq 0, y\neq 0, x^2+y^2-1\neq 0$

Đặt $u=x^2+y^2-1; v=\dfrac{x}{y}$. Hệ PT trở thành: $\begin{cases}\dfrac{3}{u}+\dfrac{2}{v}=1\\ u+1+4v=22\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{3}{u}+\dfrac{2}{v}=1 & (1)\\ u=21-4v & (2)\end{cases}$

Thay (2) vào (1) ta được: $\dfrac{3}{21-4v}+\dfrac{2}{v}=1 \Leftrightarrow 2v^2-13v+21=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v=3\\ v=\dfrac{7}{2}\end{array}\right.$

• Nếu $v = 3$ thì $u = 9$, ta có Hệ PT: $\begin{cases}x^2+y^2-1=9\\ \dfrac{x}{y}=3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2=10\\ x=3y\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=3\\ y=1\end{cases} \vee \begin{cases}x=-3\\ y=-1\end{cases}$

• Nếu $v=\dfrac{7}{2}$ thì $u = 7$, ta có Hệ PT:

$$\begin{cases}x^2+y^2-1=7\\ \dfrac{x}{y}=\dfrac{7}{2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2+y^2=8\\ x=\dfrac{7}{2}y\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=4\sqrt{\dfrac{2}{53}}\\ x=14\sqrt{\dfrac{2}{53}}\end{cases} \vee \begin{cases}y=-4\sqrt{\dfrac{2}{53}}\\ x=-14\sqrt{\dfrac{2}{53}}\end{cases}$$

So sánh điều kiện ta được 4 nghiệm của Hệ PT.

40/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{3}(x-y)=2\sqrt{xy}\\ 2x-y^2=8\end{cases}$

Giải: $\begin{cases}\sqrt{3}(x-y)=2\sqrt{xy} & (1)\\ 2x-y^2=8 & (2)\end{cases}$. Điều kiện : $x.y\ge 0\,;x\ge y$

Ta có: (1) $\Leftrightarrow\ 3(x-y)^2=4xy \Leftrightarrow (3x-y)(x-3y)=0 \Leftrightarrow x=3y\ \ hay\ \ x=\dfrac{y}{3}$

• Với $x=3y$, thế vào (2) ta được : $y^2-6y+8=0 \Leftrightarrow y=2\,;y=4$

$\Rightarrow$ Hệ có nghiệm $\begin{cases}x=6\\ y=2\end{cases};\begin{cases}x=12\\ y=4\end{cases}$

• Với $x=\dfrac{y}{3}$, thế vào (2) ta được : $3y^2-2y+24=0$ Vô nghiệm.

Kết luận: hệ phương trình có 2 nghiệm là: $\begin{cases}x=6\\ y=2\end{cases};\begin{cases}x=12\\ y=4\end{cases}$

41/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+y^2+xy+1=4y\\ y(x+y)^2=2x^2+7y+2\end{cases}$

Giải: Từ hệ PT $\Rightarrow\ y\neq 0$. Khi đó ta có: $\begin{cases}x^2+y^2+xy+1=4y\\ y(x+y)^2=2x^2+7y+2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\dfrac{x^2+1}{y}+x+y=4\\ (x+y)^2-2\dfrac{x^2+1}{y}=7\end{cases}$.

Đặt $u = \dfrac{x^2+1}{y}, v = x+y$ ta có hệ: $\begin{cases} u+v=4 \\ v^2-2u=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=4-v \\ v^2+2v-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v=3, u=1 \\ v=-5, u=9 \end{array}\right.$

• Với $v=3, u=1$ ta có hệ: $\begin{cases} x^2+1=y \\ x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1=y \\ y=3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-2=0 \\ y=3-x \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1, y=2 \\ x=-2, y=5 \end{array}\right.$.

• Với $v=-5, u=9$ ta có hệ: $\begin{cases} x^2+1=9y \\ x+y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1=9y \\ y=-5-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+9x+46=0 \\ y=-5-x \end{cases}$, hệ này vô nghiệm.

Kết luận: Hệ đã cho có hai nghiệm: $(1;2), (-2;5)$.

42/ Giải phương trình: $\sqrt{x+1}+1=4x^2+\sqrt{3x}$

Giải: Điều kiện $x \geq 0$.

PT $\Leftrightarrow 4x^2-1+\sqrt{3x}-\sqrt{x+1}=0 \Leftrightarrow (2x+1)(2x-1)+\dfrac{2x-1}{\sqrt{3x}+\sqrt{x+1}}=0$

$\Leftrightarrow (2x-1)\left(2x+1+\dfrac{1}{\sqrt{3x}+\sqrt{x+1}}\right)=0 \Leftrightarrow 2x-1=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$.

43 / Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2\log_{1-x}(-xy-2x+y+2)+\log_{2+y}(x^2-2x+1)=6 \\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4) \qquad\qquad =1 \end{cases}$$

Giải: Điều kiện: $\begin{cases} -xy-2x+y+2>0, x^2-2x+1>0, y+5>0, x+4>0 \\ 0<1-x\neq 1, 0<2+y\neq 1 \end{cases}$ (*)

Hệ PT $\Leftrightarrow$

$\begin{cases} 2\log_{1-x}[(1-x)(y+2)]+2\log_{2+y}(1-x)=6 \\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4) \qquad =1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{1-x}(y+2)+\log_{2+y}(1-x)-2=0 \quad (1) \\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4) \quad =1 \quad (2) \end{cases}$

Đặt $\log_{2+y}(1-x)=t$ thì (1) trở thành: $t+\dfrac{1}{t}-2=0 \Leftrightarrow (t-1)^2=0 \Leftrightarrow t=1$.

Với $t=1$ ta có: $1-x=y+2 \Leftrightarrow y=-x-1 \quad (3)$. Thế vào (2) ta có:

$\log_{1-x}(-x+4)-\log_{1-x}(x+4) \quad =1 \Leftrightarrow \log_{1-x}\dfrac{-x+4}{x+4}=1 \Leftrightarrow \dfrac{-x+4}{x+4}=1-x \Leftrightarrow x^2+2x=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$

• Với $x=0 \Rightarrow y=-1$ (không thoả (*)).

• Với $x=-2 \Rightarrow y=1$ (thoả (*)).

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $x=-2, y=1$.

44/ Giải bất phương trình: $\left(4^x-2.2^x-3\right).\log_2 x-3>4^{\frac{x+1}{2}}-4^x$

Giải:BPT $\Leftrightarrow (4^x-2.2^x-3).\log_2 x-3>2^{x+1}-4^x \Leftrightarrow (4^x-2.2^x-3).(\log_2 x+1)>0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2^{2x}-2.2^x-3>0\\ \log_2 x+1>0\end{cases}\\ \begin{cases}2^{2x}-2.2^x-3<0\\ \log_2 x+1<0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2^x>3\\ \log_2 x>-1\end{cases}\\ \begin{cases}2^x<3\\ \log_2 x<-1\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>\log_2 3\\ x>\dfrac{1}{2}\end{cases}\\ \begin{cases}x<\log_2 3\\ 0<x<\dfrac{1}{2}\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>\log_2 3\\ 0<x<\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$$

45/ Tìm tất cả các giá trị của tham số a để phương trình sau có nghiệm duy nhất:

$$\log_5(25^x-\log_5 a)=x$$

Giải: PT $\Leftrightarrow\ 25^x-\log_5 a=5^x\ \Leftrightarrow\ 5^{2x}-5^x-\log_5 a=0\ \Leftrightarrow \begin{cases}t=5^x,\ t>0\\ t^2-t-\log_5 a=0 \qquad (*)\end{cases}$

PT đã cho có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ (*) có đúng 1 nghiệm dương $\Leftrightarrow$ $t^2-t=\log_5 a$ có đúng 1 nghiệm dương.

Xét hàm số $f(t)=t^2-t$ với $t\in[0;+\infty)$. Ta có: $f'(t)=2t-1 \Rightarrow f'(t)=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}$. $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{1}{4}$, $f(0)=0$.

Dựa vào BBT ta suy ra phương trình $f(t)=\log_5 a$ có đúng 1 nghiệm dương

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_5 a\ge 0\\ \log_5 a=-\dfrac{1}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a\ge 1\\ a=\dfrac{1}{\sqrt[4]{5}}\end{array}\right..$$

46/ Giải hệ phương trình: $2\log_3\left(x^2-4\right)+3\sqrt{\log_3(x+2)^2}-\log_3(x-2)^2=4$

Giải: Điều kiện: $\begin{cases}x^2-4>0\\ \log_3(x+2)^2\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2-4>0\\ (x+2)^2\ge 1\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x>2\\ x\le -3\end{array}\right.$ (**)

PT $\Leftrightarrow \log_3\left(x^2-4\right)^2+3\sqrt{\log_3(x+2)^2}-\log_3(x-2)^2=4$

$\Leftrightarrow \log_3(x+2)^2+3\sqrt{\log_3(x+2)^2}-4=0 \quad \Leftrightarrow \left(\sqrt{\log_3(x+2)^2}+4\right)\left(\sqrt{\log_3(x+2)^2}-1\right)=0$

$\Leftrightarrow \sqrt{\log_3(x+2)^2}=1 \Leftrightarrow (x+2)^2=3 \quad \Leftrightarrow x=-2\pm\sqrt{3}$

Kiểm tra điều kiện (**) chỉ có $x=-2-\sqrt{3}$ thỏa mãn.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất là: $x=-2-\sqrt{3}$

47 / Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^3+4y=y^3+16x\\ 1+y^2=5(1+x^2)\end{cases}$.

Giải: $\begin{cases}x^3+4y=y^3+16x & (1)\\ 1+y^2=5(1+x^2) & (2)\end{cases}$

Từ (2) suy ra $y^2-5x^2=4$ (3).

Thế vào (1) được: $x^3+\left(y^2-5x^2\right).y=y^3+16x \ \Leftrightarrow\ x^3-5x^2y-16x=0$

$\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x^2-5xy-16=0$

- Với $x=0 \Rightarrow y^2=4 \ \Leftrightarrow\ y=\pm 2$.

• Với $x^2-5xy-16=0 \Leftrightarrow y=\dfrac{x^2-16}{5x}$ (4). Thế vào (3) được: $\left(\dfrac{x^2-16}{5x}\right)^2-5x^2=4$

$\Leftrightarrow x^4-32x^2+256-125x^4=100x^2 \Leftrightarrow 124x^4+132x^2-256=0 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x=1 & (y=-3) \\ x=-1 & (y=3) \end{array}\right.$.

Vậy hệ có 4 nghiệm: (x; y) = (0; 2) ; (0; –2); (1; –3); (–1; 3)

48/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_2\sqrt{x+y}=3\log_8(\sqrt{x-y}+2) \\ \sqrt{x^2+y^2+1}-\sqrt{x^2-y^2}=3 \end{cases}$

Giải: Điều kiện: $x+y>0,\ x-y\ge 0$

Hệ PT $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+y}=2+\sqrt{x-y} \\ \sqrt{x^2+y^2+1}-\sqrt{x^2-y^2}=3 \end{cases}$.

Đặt: $\begin{cases} u=x+y \\ v=x-y \end{cases}$ ta có hệ: $\begin{cases} \sqrt{u}-\sqrt{v}=2\ (u>v) \\ \sqrt{\dfrac{u^2+v^2+2}{2}}-\sqrt{uv}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=2\sqrt{uv}+4 \\ \sqrt{\dfrac{u^2+v^2+2}{2}}-\sqrt{uv}=3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u+v=2\sqrt{uv}+4 & (1) \\ \sqrt{\dfrac{(u+v)^2-2uv+2}{2}}-\sqrt{uv}=3 & (2) \end{cases}$.

Thế (1) vào (2) ta có: $\sqrt{uv+8\sqrt{uv}+9}-\sqrt{uv}=3 \Leftrightarrow uv+8\sqrt{uv}+9=(3+\sqrt{uv})^2 \Leftrightarrow uv=0$.

Kết hợp (1) ta có: $\begin{cases} uv=0 \\ u+v=4 \end{cases} \Leftrightarrow u=4, v=0$ (với $u>v$). Từ đó ta có: $x=2$; $y=2$.(thoả đk)

Kết luận: Vậy nghiệm của hệ là: $(x; y) = (2; 2)$.

49/ Giải phương trình: $25^x - 6.5^x + 5 = 0$

Giải: Câu 2: 1) $25^x - 6.5^x + 5 = 0 \Leftrightarrow (5^x)^2-6.5^x+5=0 \Leftrightarrow 5^x = 1$ hay $5^x = 5$

$\Leftrightarrow x = 0$ hay $x = 1$.

50/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x-2y-\sqrt{xy}=0 \\ \sqrt{x-1}+\sqrt{4y-1}=2 \end{cases}$

Giải: $\begin{cases} x-2y-\sqrt{xy}=0 & (1) \\ \sqrt{x-1}+\sqrt{4y-1}=2 & (2) \end{cases}$ Điều kiện: $\begin{cases} x\ge 1 \\ y\ge \dfrac{1}{4} \end{cases}$

Từ (1) $\Rightarrow \dfrac{x}{y}-\sqrt{\dfrac{x}{y}}-2=0 \Rightarrow x = 4y$

Nghiệm của hệ $(2; \dfrac{1}{2})$

51/ Tìm m để bất phương trình: $5^{2x} - 5^{x+1} - 2m5^x + m^2 + 5m > 0$ thỏa với mọi số thực x.

Giải: Đặt $X = 5^x \Rightarrow X > 0$

Bất phương trình đã cho trở thành: $X^2 + (5 + 2m)X + m^2 + 5m > 0$ (*)
Bpt đã cho có nghiệm với mọi x khi và chỉ khi (*) có nghiệm với mọi $X > 0$
$\Leftrightarrow \Delta < 0$ hoặc (*) có hai nghiệm $X_1 \le X_2 \le 0$
Từ đó suy ra m

52/ Giải bất phương trình: $\log_3 \sqrt{x^2 - 5x + 6} + \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{x-2} > \frac{1}{2}\log_{\frac{1}{3}}(x+3)$

Giải: Điều kiện: $x > 3$; Phương trình đã cho tương đương:

$$\frac{1}{2}\log_3\left(x^2-5x+6\right)+\frac{1}{2}\log_{3^{-1}}(x-2)>\frac{1}{2}\log_{3^{-1}}(x+3) \Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_3\left(x^2-5x+6\right)-\frac{1}{2}\log_3(x-2)>-\frac{1}{2}\log_3(x+3)$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left[(x-2)(x-3)\right]>\log_3(x-2)-\log_3(x+3) \Leftrightarrow \log_3\left[(x-2)(x-3)\right]>\log_3\left(\frac{x-2}{x+3}\right)$$

$$\Leftrightarrow (x-2)(x-3)>\frac{x-2}{x+3}$$

$\Leftrightarrow x^2-9>1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-\sqrt{10} \\ x>\sqrt{10} \end{array}\right.$ Giao với điều kiện, ta được nghiệm của phương trình đã cho là $x > \sqrt{10}$

53/ Cho phương trình $\sqrt{x}+\sqrt{1-x}+2m\sqrt{x(1-x)}-2\sqrt[4]{x(1-x)}=m^3$

Tìm m để phương trình có một nghiệm duy nhất.

Giải: Phương trình $\sqrt{x}+\sqrt{1-x}+2m\sqrt{x(1-x)}-2\sqrt[4]{x(1-x)}=m^3$ (1)

Điều kiện : $0 \le x \le 1$

Nếu $x \in [0;1]$ thỏa mãn (1) thì 1 – x cũng thỏa mãn (1) nên để (1) có nghiệm duy nhất thì cần có điều kiện

$x=1-x \Rightarrow x=\frac{1}{2}$. Thay $x=\frac{1}{2}$ vào (1) ta được: $2.\frac{1}{\sqrt{2}}+m-2.\frac{1}{\sqrt{2}}=m^3 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} m=0 \\ m=\pm 1 \end{array}\right.$

*Với m = 0; (1) trở thành: $\left(\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{1-x}\right)^2=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ Phương trình có nghiệm duy nhất.

* Với m = -1; (1) trở thành

$$\sqrt{x}+\sqrt{1-x}-2\sqrt{x(1-x)}-2\sqrt[4]{x(1-x)}=-1$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{x}+\sqrt{1-x}-2\sqrt[4]{x(1-x)}\right)+\left(x+1-x-2\sqrt{x(1-x)}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{1-x}\right)^2+\left(\sqrt{x}-\sqrt{1-x}\right)^2=0$$

+ Với $\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{1-x}=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ + Với $\sqrt{x}-\sqrt{1-x}=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

Trường hợp này, (1) cũng có nghiệm duy nhất.

* Với m = 1 thì (1) trở thành:

$$\sqrt{x}+\sqrt{1-x}-2\sqrt[4]{x(1-x)}=1-2\sqrt{x(1-x)} \Leftrightarrow \left(\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{1-x}\right)^2=\left(\sqrt{x}-\sqrt{1-x}\right)^2$$

Ta thấy phương trình (1) có 2 nghiệm $x=0, x=\frac{1}{2}$ nên trong trường hợp này (1) không có nghiệm duy nhất.

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất khi m = 0 và m = -1.

Liên hệ www.nguoithay.org để xem bài giảng bằng video

54/ Giải phương trình : $\log_4(x+1)^2+2=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x}+\log_8(4+x)^3$

Giải: $\log_4(x+1)^2+2=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x}+\log_8(4+x)^3$ (2)

Điều kiện:

$\begin{cases}x+1\neq 0\\4-x>0\\4+x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4<x<4\\x\neq -1\end{cases}$ (2) $\Leftrightarrow \log_2|x+1|+2=\log_2(4-x)+\log_2(4+x)\Leftrightarrow \log_2|x+1|+2=\log_2(16-x^2)$

$\Leftrightarrow \log_2 4|x+1|=\log_2(16-x^2)\Leftrightarrow 4|x+1|=16-x^2$

+ Với $-1<x<4$ ta có phương trình $x^2+4x-12=0$ (3); (3) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=-6\ (\text{loại})\end{array}\right.$

+ Với $-4<x<-1$ ta có phương trình $x^2-4x-20=0$ (4);

$(4)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2-\sqrt{24}\\x=2+\sqrt{24}\ (\text{loại})\end{array}\right.$; Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x=2$ hoặc $x=2\left(1-\sqrt{6}\right)$

55/ 1). Giải phương trình: 2x +1 +x $\sqrt{x^2+2}+(x+1)\sqrt{x^2+2x+3}=0$

2) Giải phương trình: $4^x-2^{x+1}+2\left(2^x-1\right)\sin\left(2^x+y-1\right)+2=0$.

3) Giải bất phương trình: $9^{x^2+x-1}+1\geq 10.3^{x^2+x-2}$.

Giải

1) Giải phương trình : 2x +1 +x $\sqrt{x^2+2}+(x+1)\sqrt{x^2+2x+3}=0$. (a)

* Đặt: $\begin{cases}u=\sqrt{x^2+2},\ u>0\\v=\sqrt{x^2+2x+3},\ v>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u^2=x^2+2\\v^2=x^2+2x+3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}v^2-u^2=2x+1\\x^2=\dfrac{v^2-u^2-1}{2}\end{cases}$

- Ta có:

$$(a)\Leftrightarrow v^2-u^2+\left(\frac{v^2-u^2-1}{2}\right).u+\left(\frac{v^2-u^2-1}{2}+1\right).v=0\Leftrightarrow v^2-u^2+\left(\frac{v^2-u^2}{2}\right).u-\frac{u}{2}+\left(\frac{v^2-u^2}{2}\right).v+\frac{v}{2}=0$$

$$\Leftrightarrow (v-u)\left[(v-u)\left(1+\frac{v+u}{2}\right)+\frac{1}{2}\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}v-u=0 & (b)\\(v+u)\left(1+\frac{v+u}{2}\right)+\frac{1}{2}=0 & (c)\end{array}\right.$$

- Vì u > 0, v > 0, nên (c) vô nghiệm.
- Do đó:

$$(a) \Leftrightarrow v-u=0 \Leftrightarrow v=u \Leftrightarrow \sqrt{x^2+2x+3}=\sqrt{x^2+2} \Leftrightarrow x^2+2x+3=x^2+2 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}$$

Kết luận, phương trình có nghiệm duy nhất: x = $-\frac{1}{2}$.

2) Giải phương trình $4^x-2^{x+1}+2\left(2^x-1\right)\sin\left(2^x+y-1\right)+2=0(*)$

Ta có: (*) $\Leftrightarrow \left(2^x-1+\sin\left(2^x+y-1\right)\right)^2+\cos^2\left(2^x+y-1\right)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x-1+\sin\left(2^x+y-1\right)=0(1) \\ \cos\left(2^x+y-1\right)=0(2) \end{cases}$

Từ (2) $\Rightarrow$ $\sin\left(2^x+y-1\right)=\pm 1$.

Khi $\sin\left(2^x+y-1\right)=1$, thay vào (1), ta được: $2^x = 0$ (VN)

Khi $\sin\left(2^x+y-1\right)=-1$, thay vào (1), ta được: $2^x = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Thay x = 1 vào (1) $\Rightarrow$ sin(y +1) = -1 $\Leftrightarrow$ $y=-1-\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in Z$.

Kết luận: Phương trình có nghiệm: $\left(1;-1-\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in Z\right)$.

3) Giải bất phương trình: $9^{x^2+x-1}+1\geq 10.3^{x^2+x-2}$.   Đặt $t=3^{x^2+x}$, t > 0.
Bất phương trình trở thành: $t^2 - 10t + 9 \geq 0 \Leftrightarrow$ ($t \leq 1$ hoặc $t \geq 9$)

Khi $t \leq 1 \Rightarrow t=3^{x^2+x}\leq 1 \Leftrightarrow x^2+x\leq 0 \Leftrightarrow -1\leq x\leq 0$.(i)

Khi $t \geq 9 \Rightarrow t=3^{x^2+x}\geq 9 \Leftrightarrow x^2+x-2\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\leq -2 \\ x\geq 1 \end{array}\right.$ (2i)

Kết hợp (i) và (2i) ta có tập nghiệm của bpt là: S = (- ∞; -2]∪[-1;0]∪[1; + ∞).

56/ Giải phương trình, hệ phương trình:

1. $\sqrt{(x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right)^{\log_3 x}}=\sqrt{x-2}$; 2. $\begin{cases} x+y+\sqrt{x^2-y^2}=12 \\ y\sqrt{x^2-y^2}=12 \end{cases}$

Giải: 1) Phương trình đã cho tương đương:

$$\left[\begin{array}{l}\sqrt{x-2}=0\\ \begin{cases}\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^{\log_3 x}=1\\ x-2>0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2=0\\ \begin{cases}\ln\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^{\log_3 x}=0\\ x>2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ \begin{cases}\log_3 x\ln\left(x-\dfrac{1}{2}\right)=0\\ x>2\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ \begin{cases}\left[\begin{array}{l}\log_3 x=0\\ \ln\left(x-\dfrac{1}{2}\right)=0\end{array}\right.\\ x>2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=1\\ x-\dfrac{1}{2}=1\end{array}\right.\\ x>2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.\\ x>2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=2$$ Điều kiện: $|x|\ge|y|$

Đặt $\begin{cases}u=\sqrt{x^2-y^2};u\ge 0\\ v=x+y\end{cases}$; $x=-y$ không thỏa hệ nên xét $x\ne -y$ ta có $y=\dfrac{1}{2}\left(v-\dfrac{u^2}{v}\right)$.

2) Hệ phương trình đã cho có dạng:

$$\begin{cases}u+v=12\\ \dfrac{u}{2}\left(v-\dfrac{u^2}{v}\right)=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=4\\ v=8\end{cases}\text{ hoặc }\begin{cases}u=3\\ v=9\end{cases}$$

+ $\begin{cases}u=4\\ v=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2-y^2}=4\\ x+y=8\end{cases}$ (I)

+ $\begin{cases}u=3\\ v=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2-y^2}=3\\ x+y=9\end{cases}$ (II) Giải hệ (I), (II). Sau đó hợp các kết quả lại, ta được tập nghiệm của hệ phương trình ban đầu là $S=\{(5;3),(5;4)\}$ Sau đó hợp các kết quả lại, ta được tập nghiệm của hệ phương trình ban đầu là $S=\{(5;3),(5;4)\}$

57/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+1+y(x+y)=4y\\ (x^2+1)(x+y-2)=y\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$

Giải:

2) Hệ ph- ơng trình t- ơng đ- ơng với $\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{y}+(x+y-2)=2\\ \dfrac{x^2+1}{y}(x+y-2)=1\end{cases}$ Đặt $u=\dfrac{x^2+1}{y}, v=x+y-2$

Ta có hệ $\begin{cases}u+v=2\\ uv=1\end{cases}\Leftrightarrow u=v=1$ Suy ra $\begin{cases}\dfrac{x^2+1}{y}=1\\ x+y-2=1\end{cases}$.

Giải hệ trên ta đ- ợc nghiệm của hpt đã cho là (1; 2), (-2; 5)

58 / Tìm các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình sau có nghiệm thực:

$$9^{1+\sqrt{1-x^2}}-(m+2)3^{1+\sqrt{1-x^2}}+2m+1=0\,(1)$$

Giải: * Đk $x\in[-1;1]$, đặt t = $3^{1+\sqrt{1-x^2}}$; $x\in[-1;1]\Rightarrow t\in[3;9]$

Ta có: (1) viết lại $t^2-(m+2)t+2m+1=0\Leftrightarrow(t-2)m=t^2-2t+1\Leftrightarrow m=\dfrac{t^2-2t+1}{t-2}$

Xét hàm số f(t) = $\dfrac{t^2-2t+1}{t-2}$, với $t\in[3;9]$. Ta có: $f'(t)=\dfrac{t^2-4t+3}{(t-2)}$, $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=3\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên

t	3		9
f/(t)		+	
f(t)			$\frac{48}{7}$
	4		

Căn cứ bảng biến thiêng, (1) có nghiệm $x\in[-1;1]$ $\Leftrightarrow$ (2) có nghiệm $t\in[3;9]\Leftrightarrow$ $4\le m\le\dfrac{48}{7}$

59/ Giải phương trình: $\dfrac{3}{2}\log_{\frac{1}{4}}\ x+2^{\ 2}-3=\log_{\frac{1}{4}}\ 4-x^{\ 3}+\log_{\frac{1}{4}}\ x+6^{\ 3}$

Giải: bất phương trình:

$\dfrac{1}{2}\log_2(x^2+4x-5)>\log_{\frac{1}{2}}(\dfrac{1}{x+7})$ (1)

Đk: $\begin{cases}x^2+4x-5>0\\x+7>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in(-\infty;-5)\cup(1;+\infty)\\x>-7\end{cases}$ $\Rightarrow x\in(-7;-5)\cup(1+\infty)$

Từ (1) $\Rightarrow\log_2(x^2+4x-5)>-2\log_2\dfrac{1}{x+7}$

$\Leftrightarrow\log_2(x^2+4x-5)>\log_2(x+7)^2\Leftrightarrow x^2+4x-5>x^2+14x+49$

$\Leftrightarrow-10x>54\Leftrightarrow x<\dfrac{-27}{5}$

Kết hợp điều kiện: Vậy BPT có nghiệm: $x\in(-7;\dfrac{-27}{5})$

60/ Giải hệ phương trình : $\begin{cases}x^3+y^3=1\\x^2y+2xy^2+y^3=2\end{cases}$

Giải:

$$\begin{cases}x^3+y^3=1\\x^2y+2xy^2+y^3=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^3+y^3=1 & (1)\\2x^3+y^3-x^2y-2xy^2=0 & (2)\end{cases}$$

$y \neq 0$. Ta có: $\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 & (3) \\ 2\left(\dfrac{x}{y}\right)^3 - \left(\dfrac{x}{y}\right)^2 - 2\left(\dfrac{x}{y}\right) + 1 = 0 & (4) \end{cases}$

Đặt : $\dfrac{x}{y} = t$ (4) có dạng : $2t^3 - t^2 - 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = \pm 1,\ t = \dfrac{1}{2}$.

a) Nếu t = 1 ta có hệ $\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 \\ x = y \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$

b) Nếu t = -1 ta có hệ $\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 \\ x = -y \end{cases} \Leftrightarrow$ hệ vô nghiệm.

c) Nếu t = $\dfrac{1}{2}$ ta có hệ $\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 \\ y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{\sqrt[3]{3}}{3},\quad y = \dfrac{2\sqrt[3]{3}}{3}$

61/ Tìm m để phương trình sau có nghiệm thực: $\sqrt[4]{x^2+1} - \sqrt{x} = m$

Giải: D = $[0\ ;+\infty)$

*Đặt f(x) = $\sqrt[4]{x^2+1} - \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \dfrac{x}{2\sqrt[4]{(x^2+1)^3}} - \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \dfrac{x\sqrt{x} - \sqrt[4]{(x^2+1)^3}}{2\sqrt[4]{(x^2+1)^3}.\sqrt{x}} = \dfrac{x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{3}{2}}\sqrt[4]{(1+\frac{1}{x^2})^3}}{2x^{\frac{3}{2}}\sqrt[4]{(1+\frac{1}{x^2})^3}.\sqrt{x}}$

Suy ra: f'(x) = $\dfrac{1 - \sqrt[4]{(1+\frac{1}{x^2})^3}}{2\sqrt[4]{(1+\frac{1}{x^2})^3}.\sqrt{x}} < 0 \quad \forall x \in (0\ ;+\infty)$

* $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt[4]{x^2+1} - \sqrt{x}) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\sqrt{x^2+1} - x}{\sqrt[4]{x^2+1} + \sqrt{x}}\right) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{x^2+1-x^2}{(\sqrt[4]{x^2+1}+\sqrt{x})(\sqrt{x^2+1}+x)}\right] = 0$

* BBT

x	0		$+\infty$
f'(x)		−	
f(x)	1	↘	0

Vậy: $0 < m \leq 1$

62/ Giải bất phương trình: $\log_x 3 < \log_{\frac{x}{3}} 3$

Giải: ĐK : $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x \neq 3 \end{cases}$ Bất phương trình trở thành :

$$\frac{1}{\log_3 x} < \frac{1}{\log_3 \frac{x}{3}} \Leftrightarrow \frac{1}{\log_3 x} < \frac{1}{\log_3 x - 1} \Leftrightarrow \frac{1}{\log_3 x} - \frac{1}{\log_3 x - 1} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-1}{\log_3 x(\log_3 x - 1)} < 0 \Leftrightarrow \log_3 x(\log_3 x - 1) > 0 \Leftrightarrow \log_3 x < 0 \vee \log_3 x > 1$$

* $\log_3 x < 0 \Leftrightarrow x < 1$ kết hợp ĐK : 0 < x < 1

* $\log_3 x > 0 \Leftrightarrow x > 3$

Vậy tập nghiệm của BPT: $x \in (0\,;1) \cup (3\,;+\infty)$

63/ .Giải bất phơng trình $\sqrt{\log_2^2 x - \log_2 x^2 - 3} > \sqrt{5}(\log_4 x^2 - 3)$

Giải: §K: $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2^2 x - \log_2 x^2 - 3 \geq 0 \end{cases}$

BÊt ph-¬ng tr×nh ®· cho t-¬ng ®-¬ng víi $\sqrt{\log_2^2 x - \log_2 x^2 - 3} > \sqrt{5}(\log_2 x - 3)$ (1)

®Æt t = $\log_2$x,

2.BPT (1)

$$\Leftrightarrow \sqrt{t^2 - 2t - 3} > \sqrt{5}(t-3) \Leftrightarrow \sqrt{(t-3)(t+1)} > \sqrt{5}(t-3)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \leq -1 \\ \begin{cases} t > 3 \\ (t+1)(t-3) > 5(t-3)^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \leq -1 \\ 3 < t < 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x \leq -1 \\ 3 < \log_2 x < 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ 8 < x < 16 \end{array}\right.$$ VËy BPT ®· cho cã tËp

nghiÖm lµ: $(0;\frac{1}{2}] \cup (8;16)$

64/ Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x^2+91} = \sqrt{y-2} + y^2 \ (1) \\ \sqrt{y^2+91} = \sqrt{x-2} + x^2 \ (2) \end{cases}$

Giải: Điều kiện: $x \geq 2$ và $y \geq 2$: Lấy (1) trừ (2) vế theo vế ta được:

$$\sqrt{x^2+91} - \sqrt{y^2+91} = \sqrt{y-2} - \sqrt{x-2} + y^2 - x^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2+91} + \sqrt{y^2+91}} = \frac{y-x}{\sqrt{y-2} + \sqrt{x-2}} + (y-x)(y+x)$$

$$\Leftrightarrow (x-y)\left(\frac{x+y}{\sqrt{x^2+91} + \sqrt{y^2=91}} + \frac{1}{\sqrt{x-2} + \sqrt{y-2}} + x + y\right) = 0$$

$\Leftrightarrow$ x = y (trong ngoặc luôn dương và x vay đều lớn hơn 2)

Vậy từ hệ trên ta có: $\sqrt{x^2+91}=\sqrt{x-2}+x^2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+91}-10=\sqrt{x-2}-1+x^2-9$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2-9}{\sqrt{x^2+91}+10}=\frac{x-3}{\sqrt{x-2}+1}+(x-3)(x+3) \Leftrightarrow (x-3)\left((x+3)\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+91}+10}-1\right)-\frac{1}{\sqrt{x-2}+1}\right)=0$$

$\Leftrightarrow$ x = 3

Vậy nghiệm của hệ x = y = 3

65/ Giải phương trình: $\sqrt[3]{x+34}-\sqrt[3]{x-3}=1$

Giải: §Æt $u=\sqrt[3]{x+34}, v=\sqrt[3]{x-3}$. Ta cã :

$$\begin{cases} u-v=1 \\ u^3-v^3=37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u-v=1 \\ (u-v)(u^2+v^2+uv)=37 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u-v=1 \\ (u-v)^2+3uv=37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u-v=1 \\ uv=12 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} u=-3 \\ v=-4 \end{cases} \\ \begin{cases} u=4 \\ v=3 \end{cases} \end{array}\right.$$

Víi u = -3 , v = - 4 ta cã : x = - 61

Víi u = 4, v = 3 ta cã : x = 30 ; VËy Pt ®· cho cã 2 nghiÖm : x = -61 vµ x = 30

66/ Giải bất phơng trình $\sqrt{\log_2^2 x-\log_2 x^2-3}>\sqrt{5}(\log_4 x^2-3)$

Giải: §K: $\begin{cases} x>0 \\ \log_2^2 x-\log_2 x^2-3\geq 0 \end{cases}$

BÊt ph-¬ng tr×nh ®· cho t-¬ng ®-¬ng víi $\sqrt{\log_2^2 x-\log_2 x^2-3}>\sqrt{5}(\log_2 x-3)$ (1)

®Æt t = $\log_2 x$,

BPT (1)

$\Leftrightarrow \sqrt{t^2-2t-3}>\sqrt{5}(t-3) \Leftrightarrow \sqrt{(t-3)(t+1)}>\sqrt{5}(t-3)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\leq -1 \\ \begin{cases} t>3 \\ (t+1)(t-3)>5(t-3)^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\leq -1 \\ 3<t<4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x\leq -1 \\ 3<\log_2 x<4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<x\leq \frac{1}{2} \\ 8<x<16 \end{array}\right.$$ VËy BPT ®· cho cã tËp

nghiÖm lµ: $(0;\frac{1}{2}]\cup(8;16)$

67/ .

1. Giải phương trình: $3.25^{x-2}+(3x-10)5^{x-2}=x-3$

2. Giải phương trình: $\log_x(\cos x-\sin x)+\log_{\frac{1}{x}}(\cos x+\cos 2x)=0$.

3) Giải bất phương trình: $(x^3+1)+(x^2+1)+3x\sqrt{x+1}>0$

Giải:

1. $$3.25^{x-2}+(3x-10)5^{x-2}=x-3$$
$$\Leftrightarrow 5^{x-2}\left(3.5^{x-2}-1\right)+x\left(3.5^{x-2}-1\right)-3\left(3.5^{x-2}-1\right)=0$$
$$\Leftrightarrow \left(3.5^{x-2}-1\right)\left(5^{x-2}+x-3\right)=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 3.5^{x-2}-1=0 & (1) \\ 5^{x-2}+x-3=0 & (2) \end{array}\right.$$

$(1)\Leftrightarrow 5^{x-2}=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow x=2+\log_5\dfrac{1}{3}=2-\log_5 3$ $(2)\Leftrightarrow 5^{x-2}=-x+3$

Vế trái là hàm đồng biến vế phải là hàm nghịch biến mà (2) có nghiệm x = 2 nên là nghiệm duy nhất.

Vậy Pt có nghiệm là: x = $2-\log_5 3$ và x = 2

2/ $\log_x(\cos x-\sin x)+\log_{\frac{1}{x}}(\cos x+\cos 2x)=0$

Điều kiện: $\begin{cases} 0<x\neq 1 \\ \cos x-\sin x>0 \\ \cos x+\cos 2x>0 \end{cases}$. Khi đó Pt

$$\Leftrightarrow \cos 2x=-\sin x\Leftrightarrow \cos 2x=\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x=x+\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \\ 2x=-x-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k2\pi}{3} \end{cases}.$$

Kết hợp với điều kiện ta được: $x=-\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k2\pi}{3}$ (Với k ϵN* k 3/ 3/

3/. $(x^3+1)+(x^2+1)+3x\sqrt{x+1}>0\Leftrightarrow (x^3+x^2)+3\sqrt{x^3+x^2}+2>0$

$\Leftrightarrow t^2+3t+2>0$ Đặt $t=x\sqrt{x+1}\geq -\dfrac{2}{3}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t\geq -\dfrac{2}{3} \\ \left[\begin{array}{l} t>-1 \\ t<-2 \end{array}\right. \end{cases}\Leftrightarrow t\geq -\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow x\sqrt{x+1}\geq -\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow x\geq -1$

68/ Giải phương trình: $3^x.2x = 3^x + 2x + 1$

Giải: Ta thấy phương trình: $3^x.2x = 3^x + 2x + 1$ (2) có hai nghiệm x = ± 1.

Ta có x = $\dfrac{1}{2}$ không là nghiệm của phương trình nên

(2) $\Leftrightarrow 3^x=\dfrac{2x+1}{2x-1}$

Ta có hàm số y = 3^x tăng trên R

hàm số y = $\dfrac{2x+1}{2x-1}$ luôn giảm trên mỗi khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right),\left(\dfrac{1}{2};\infty\right)$

Vậy Phương trình (2) chỉ có hai nghiệm x = ± 1

69/ Giải phương trình: $\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3)+\dfrac{1}{4}\log_4(x-1)^8=3\log_8(4x)$.

Giải: $\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3)+\dfrac{1}{4}\log_4(x-1)^8=3\log_8(4x)$.

Điều kiện:

$\begin{cases} x>-3 \\ x\neq 1 \\ x>0 \end{cases} \Leftrightarrow 0<x\neq 1$.Biến đổi theo logarit cơ số 2 thành phương trình

$\log_2\left[(x+3)(x-1)\right]=\log_2(4x)\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1\ \ (\text{loaï}) \\ x=3 \end{array}\right.\Leftrightarrow x=3.$

70/ Tìm các giá trị của tham số m để phương trình sau có nghiệm duy nhất thuộc đoạn :

$$3\sqrt{1-x^2}-2\sqrt{x^3+2x^2+1}=m\quad (m\in R).$$

Giải:Đặt $f(x)=3\sqrt{1-x^2}-2\sqrt{x^3+2x^2+1}$, suy ra $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[-\dfrac{1}{2};1\right]$.

$$f'(x)=-\frac{3x}{\sqrt{1-x^2}}-\frac{3x^2+4x}{\sqrt{x^3+2x^2+1}}=-x\left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}+\frac{3x+4}{\sqrt{x^3+2x^2+1}}\right).$$

$\forall x\in\left[-\dfrac{1}{2};1\right]$ ta có $x>-\dfrac{4}{3}\Rightarrow 3x+4>0\Rightarrow\dfrac{3}{\sqrt{1-x^2}}+\dfrac{3x+4}{\sqrt{x^3+2x^2+1}}>0$.

Vậy:

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$.Bảng biến thiên:

x	$-\frac{1}{2}$		0		1
$f'(x)$	||	$+$	0	$-$	||
$f(x)$	$\frac{3\sqrt{3}-\sqrt{22}}{2}$	↗	1 CÑ	↘	-4

Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

Phương trình đã cho có 1 nghiệm duy nhất thuộc $\left[-\dfrac{1}{2};1\right]\Leftrightarrow -4\le m<\dfrac{3\sqrt{3}-\sqrt{22}}{2}$ hoặc $m=1$.

71/ 1.Giaûi baát phöông trình:

$$\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{x^2-4x+3}\geq 2.\sqrt{x^2-5x+4}$$

2.Cho phöông trình: $2\log_4(2x^2-x+2m-4m^2)+\log_{1/2}(x^2+mx-2m^2)=0$

Xaùc ñònh tham soá m ñeå phöông trình (1) coù 2 nghieäm x_1, x_2 thoûa : $x_1^2+x_2^2>1$

Giải: 1) Giaûi baát phöông trình: $\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{x^2-4x+3}\ge 2.\sqrt{x^2-5x+4}$

Ñieàu kieän: $\begin{cases} x^2-3x+2\ge 0 \\ x^2-4x+3\ge 0 \\ x^2-5x+4\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\le 1 \vee x\ge 4$

Ta coù:

Baát phöông trình $\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)(x-2)}+\sqrt{(x-1)(x-3)}\ge 2\sqrt{(x-1)(x-4)}$ (*)

Neáu x = 1 thì hieån nhieân (*) ñuùng . Suy ra x=1 laø nghieäm cuûa phöông trình

Neáu x < 1 thì (*) trôû thaønh : $\sqrt{2-x}+\sqrt{3-x}\ge 2\sqrt{4-x}$

Nhaän xeùt: $\begin{cases} \sqrt{2-x}>\sqrt{4-x} \\ \sqrt{3-x}>\sqrt{4-x} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{2-x}+\sqrt{3-x}<2\sqrt{4-x}$ Suy ra Baát phöông trình voâ nghieäm.

Neáu $x\ge 4$ thì (*) trôû thaønh : $\sqrt{x-2}+\sqrt{x-3}\ge 2\sqrt{x-4}$

Nhaän xeùt: $\begin{cases} \sqrt{x-2}>\sqrt{x-4} \\ \sqrt{x-3}>\sqrt{x-4} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{x-2}+\sqrt{x-3}>2\sqrt{x-4}$ Suy ra Baát phöông trình ñuùng $\forall x\ge 4$.

Toùm laïi: Baát phöông trình coù nghieäm laø: $x=1\vee x\ge 4$.

2) $2\log_4(2x^2-x+2m-4m^2)+\log_{1/2}(x^2+mx-2m^2)=0$

$$\Leftrightarrow \log_2(2x^2-x+2m-4m^2)-\log_2(x^2+mx-2m^2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+mx-2m^2>0 \\ x^2-(1+m)x+2m-2m^2=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+mx-2m^2>0 \\ x_1=2m, x_2=1-m \end{cases}$$

Yeâu caàu baøi toaùn $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1^2+x_2^2>1 \\ x_1^2+mx_1-2m^2>0 \\ x_2^2+mx_2-2m^2>0 \end{cases}$ vôùi $x_1=2m$, $x_2=1-m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5m^2-2m>0 \\ 4m^2>0 \\ -2m^2-m+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow -1<m<0 \vee \frac{2}{5}<m<\frac{1}{2}$$

72/ Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2+x-\dfrac{1}{y}=2 \\ y-y^2x-2y^2=-2 \end{cases}$

Giải: ĐK : $y\neq 0$

hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+x-\dfrac{1}{y}-2=0 \\ \dfrac{2}{y^2}+\dfrac{1}{y}-x-2=0 \end{cases}$ đưa hệ về dạng $\begin{cases} 2u^2+u-v-2=0 \\ 2v^2+v-u-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} u=v \\ u=1-v \end{array}\right. \\ 2v^2+v-u-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=v=1 \\ u=v=-1 \end{array}\right.$

hoặc $\begin{cases} u=\dfrac{3-\sqrt{7}}{2} \\ v=\dfrac{-1+\sqrt{7}}{2} \end{cases}, \begin{cases} u=\dfrac{3+\sqrt{7}}{2} \\ v=\dfrac{-1-\sqrt{7}}{2} \end{cases}$

Từ đó ta có nghiệm của hệ(-1 ;-1),(1 ;1), $(\dfrac{3-\sqrt{7}}{2};\dfrac{2}{\sqrt{7}-1})$, $(\dfrac{3+\sqrt{7}}{2};\dfrac{2}{\sqrt{7}+1})$

73/ Giải bất phương trình $\dfrac{\log_3(x+1)^2-\log_4(x+1)^3}{x^2-5x-6}>0$

Giải: Đk: x > - 1 ; bất phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{2\log_3(x+1)-\dfrac{3\log_3(x+1)}{\log_3 4}}{(x+1)(x-6)}>0 \Leftrightarrow \dfrac{\log_3(x+1)}{x-6}<0 \Leftrightarrow 0<x<6$

74/ Giải phương trình: $\sqrt{2x+3}+\sqrt{x+1}=3x+2\sqrt{2x^2+5x+3}-16$.

Giải : Đặt $t=\sqrt{2x+3}+\sqrt{x+1}$ > 0. (2) $\Leftrightarrow$ $x=3$

75/ Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} \log_4(x^2+y^2)-\log_4(2x)+1=\log_4(x+3y) \\ \log_4(xy+1)-\log_4(4y^2+2y-2x+4)=\log_4\left(\dfrac{x}{y}\right)-1 \end{cases}$$

Giải : $\begin{cases} x=\alpha \\ y=\alpha \end{cases}$ vôùi $\alpha>0$ tuyøyùvaø $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

76/ Giải bất phương trình: $\sqrt{2x+10}\geq\sqrt{5x+10}-\sqrt{x-2}$ (1)

Giải: Điều kiện: $x\geq 2$

$(1)\Leftrightarrow\sqrt{2x+10}+\sqrt{x-2}\geq\sqrt{5x+10} \quad \Leftrightarrow\sqrt{2x^2+6x-20}\geq x+1(2)$

Khi $x\geq 2$ => x+1>0 bình phương 2 vế phương trình (2)

$(2)\Leftrightarrow 2x^2+6x-20\geq x^2+2x+1 \quad \Leftrightarrow x^2+4x-11\geq 0 \quad \Leftrightarrow x\in(-\infty;-7]\cup[3;+\infty)$

Kết hợp điều kiện vậy nghiệm của bất phương trình là: $x\geq 3$

77/ Giải phương trình:

$$\log_2(x+2)+\log_4(x-5)^2+\log_{\frac{1}{2}}8=0$$

Giải: . Điều kiện: $x > -2$ và $x \neq 5$ (*)
Với điều kiện đó, ta có phương trình đã cho tương đương với phương trình:

$$\log_2\left[(x+2)|x-5|\ \right]=\log_2 8 \Leftrightarrow (x+2)|x-5|=8 \Leftrightarrow (x^2-3x-18)(x^2-3x-2)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-3x-18=0 \\ x^2-3x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x=-3;\ x=6;\ x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$$

Đối chiếu với điều kiện (*), ta được tất cả các nghiệm của phương trình đã cho là: $x=6$ và $x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

78/ Giải phương trình:

$$log_{\frac{x}{2}} x^2-14log_{16x} x^3+40log_{4x}\sqrt{x}=0.$$

Giải: Giải phương trình $3-4sin^2 2x=2cos2x(1+2sin x)$

Biến đổi phương trình về dạng $2sin3x(2sin x+1)-(2sin x+1)=0$

- Do đó nghiệm của phương trình là

$x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi; x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi; x=\frac{\pi}{18}+\frac{k2\pi}{3}; x=\frac{5\pi}{18}+\frac{k2\pi}{3}$

Giải phương trình $log_{\frac{x}{2}} x^2-14log_{16x} x^3+40log_{4x}\sqrt{x}=0.$

- Điều kiện: $x>0; x\neq 2; x\neq\frac{1}{4}; x\neq\frac{1}{16}.$
- Dễ thấy x = 1 là một nghiệm của pt đã cho Với $x\neq 1$. Đặt $t=log_x 2$ và biến đổi phương trình về dạng

$\frac{2}{1-t}-\frac{42}{4t+1}+\frac{20}{2t+1}=0$, Giải ra ta được $t=\frac{1}{2}; t=-2 \Rightarrow x=4; x=\frac{1}{\sqrt{2}}$. Vậy pt có 3 nghiệm x =1;

$x=4; x=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

79 / Giải phương trình

$$3.4^x+\frac{1}{3}.9^{x+2}=6.4^x-\frac{1}{4}.9^{x+1}.$$

Giải: Giải phương trình $3.4^x+\frac{1}{3}.9^{x+2}=6.4^x-\frac{1}{4}.9^{x+1}$ Biến đổi phương trình đã cho về dạng

$3.2^{2x}+27.3^{2x}=6.2^{2x}-\frac{9}{4}.3^{2x}$ Từ đó ta thu được $\left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{2}{\sqrt{39}} \Leftrightarrow x=log_{\frac{3}{2}}\frac{2}{\sqrt{39}}$

80/ Cho hàm số $f(x)=e^x-\sin x+\frac{x^2}{2}-3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ và chứng minh rằng $f(x)=0$ có đúng hai nghiệm.

Giải: Ta có $f'(x)=e^x+x-\cos x$. Do đó $f'(x)=0 \Leftrightarrow e^x=-x+\cos x$. Hàm số $y=e^x$ là hàm đồng biến; hàm số $y=-x+cosx$ là hàm nghịch biến vì $y'=-1+\sin x\le 0,\forall x$. Mặt khác $x=0$ là nghiệm của phương trình $e^x=-x+\cos x$ nên nó là nghiệm duy nhất. Lập bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ (học sinh tự làm) ta đi đến kết luận phương trình $f(x)=0$ có đúng hai nghiệm.

Từ bảng biến thiên ta có $\min f(x)=-2 \Leftrightarrow x=0$.

81/ 1) Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2+y^2+\dfrac{2xy}{x+y}=1 \\ \sqrt{x+y}=x^2-y \end{cases}$$

2) Giải bất phương trình: $\log_{\frac{1}{3}}\log_5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)>\log_3\log_{\frac{1}{5}}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$

Giải:

1)

$$\begin{cases} x^2+y^2+\dfrac{2xy}{x+y}=1 \quad (1) \\ \sqrt{x+y}=x^2-y \quad (2) \end{cases} \qquad (dk\ x+y>0)$$

$$(1)\Leftrightarrow (x+y)^2-2xy+\frac{2xy}{x+y}-1=0 \Leftrightarrow (x+y)^3-2xy(x+y)+2xy-(x+y)=0$$

$$\Leftrightarrow (x+y)\left((x+y)^2-1\right)-2xy(x+y-1)=0$$

$$\Leftrightarrow (x+y-1)\left[(x+y)(x+y+1)-2xy\right]=0 \quad \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y=1 \quad (3) \\ x^2+y^2+x+y=0 \quad (4) \end{array}\right.$$

Dễ thấy (4) vô nghiệm vì x+y>0

Thế (3) vào (2) ta được $x^2-y=1$ Giải hệ $\begin{cases} x+y=1 \\ x^2-y=1 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1;y=0 \\ x=-2;y=3 \end{array}\right.$……

2) $\log_{\frac{1}{3}}\log_5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)>\log_3\log_{\frac{1}{5}}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$ (1)

Đk: $x>0$;

$$(1)\Leftrightarrow \log_3\log_{\frac{1}{5}}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)+\log_3\log_5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)<0$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\log_{\frac{1}{5}}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right).\log_5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)\right)<0 \Leftrightarrow \log_5^2\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)<1$$

$$\Leftrightarrow 0<\log_5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)<1$$

$*)\, 0 < \log_5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right) \Leftrightarrow x > 0$

$*)\, \log_5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right) < 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1}+x < 5 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1} < 5-x \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow x < \dfrac{12}{5}$

Vậy BPT có nghiệm $x \in \left(0;\dfrac{12}{5}\right)$

Đề 87.

1. Giải bất phương trình $\sqrt{x^2-x-2}+3\sqrt{x} \le \sqrt{5x^2-4x-6}$ $\quad$ (x ∈ R).

Giải:Điều kiện $\begin{cases} x^2-x-2 \ge 0 \\ x \ge 0 \\ 5x^2-4x-6 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \ge 2$;Bình phương hai vế ta được $6\sqrt{x(x+1)(x-2)} \le 4x^2-12x-4$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{x(x+1)(x-2)} \le 2x(x-2)-2(x+1) \quad \Leftrightarrow 3\sqrt{\dfrac{x(x-2)}{x+1}} \le 2\dfrac{x(x-2)}{x+1}-2$

Đặt $t=\sqrt{\dfrac{x(x-2)}{x+1}} \ge 0$ ta được bpt $2t^2-3t-2 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \le \dfrac{-1}{2} \\ t \ge 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow t \ge 2$ (do $t \ge 0$)

Với $t \ge 2 \Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{x(x-2)}{x+1}} \ge 2 \Leftrightarrow x^2-6x-4 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \le 3-\sqrt{13} \\ x \ge 3+\sqrt{13} \end{array}\right. \Leftrightarrow x \ge 3+\sqrt{13}$

(do $x \ge 2$) Vậy bpt có nghiệm $x \ge 3+\sqrt{13}$

82/ Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{4}}(y-x)-\log_4\dfrac{1}{y}=1 \\ x^2+y^2=25 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Giải: Điều kiện: $\begin{cases} y-x>0 \\ y>0 \end{cases}$

Hệ phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_4(y-x)+\log_4\dfrac{1}{y}=-1 \\ x^2+y^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_4\dfrac{y-x}{y}=-1 \\ x^2+y^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{y-x}{y}=\dfrac{1}{4} \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ x^2+y^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ 9y^2+y^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ y^2=\dfrac{25}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x;y)=\left(\dfrac{15}{\sqrt{10}};\dfrac{5}{\sqrt{10}}\right) \\ (x;y)=\left(-\dfrac{15}{\sqrt{10}};-\dfrac{5}{\sqrt{10}}\right) \end{array}\right.$ (loại)

Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

83/ Giải hpt :

$$\begin{cases} 4xy+4((x+y)^2-2xy))+\dfrac{3}{(x+y)^2}=7 \\ x+y+\dfrac{1}{x+y}+(x-y)=3 \end{cases}$$

Giải:

$$\begin{cases} 4xy+4((x+y)^2-2xy))+\dfrac{3}{(x+y)^2}=7 \\ x+y+\dfrac{1}{x+y}+(x-y)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(x+y)^2-4xy+\dfrac{3}{(x+y)^2}=7 \\ x+y+\dfrac{1}{x+y}+(x-y)=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+y)^2+((x+y)^2-4xy)+\dfrac{3}{(x+y)^2}=7 \\ x+y+\dfrac{1}{x+y}+(x-y)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+y)^2+(x^2+y^2-2xy)+\dfrac{3}{(x+y)^2}=7 \\ x+y+\dfrac{1}{x+y}+(x-y)=3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+y)^2+\dfrac{3}{(x+y)^2}+(x-y)^2=7 \\ x+y+\dfrac{1}{x+y}+(x-y)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\left[(x+y)^2+\dfrac{1}{(x+y)^2}\right]+(x-y)^2=7 \\ x+y+\dfrac{1}{x+y}+(x-y)=3 \end{cases}$$

84/ 1. Giải bất phương trình : $2\log(x^3+8)\le 2\log(x+58)+\log(x^2+4x+4)$.

2. Giải pt : $\sqrt{3^x-5}+\sqrt{10-3^x}-\sqrt{15.3^x-50-9^x}=1$

Giải:1. Đk : $\begin{cases} x^3+8=(x+2)(x^2-2x+4)>0 \\ x+58>0 \\ x^2+4x+4=(x+2)^2>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>-2$

Bpt đã cho $\Leftrightarrow \log(x^3+8)\le\log((x+58)(x+2)) \Leftrightarrow (x+2)\left[x^2-3x-54\right]\le 0$

$\Leftrightarrow x\le -6; -2\le x\le 9 \quad (0.25)$.$So\ dk, ta\ co: -2<x\le 9\ (0.25)$

2.Giải pt : $\sqrt{3^x-5}+\sqrt{10-3^x}-\sqrt{15.3^x-50-9^x}=1$

Đặt : $t=\sqrt{3^x-5}+\sqrt{10-3^x}\ (t\ge 0)\Rightarrow t^2=5+2\sqrt{15.3^x-50-9^x}$

Ta có pt : $t^2-2t-3=0 \quad (0.25) \quad \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=3(nhan) \\ t=-1(loai) \end{array}\right.$

$t=3 \Leftrightarrow \sqrt{3^x-5}+\sqrt{10-3^x}=3. \quad Dat: y=3^x(y>0).$

$Ta\ co\ pt: 9=5+2\sqrt{15.y-50-y^2} \Leftrightarrow \sqrt{15.y-50-y^2}=2$

$\Leftrightarrow y^2-15y+54=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=9 \\ y=6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x=9 \\ 3^x=6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\log_3 6 \end{array}\right.$

85/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2\log_{1-x}(-xy-2x+y+2)+\log_{2+y}(x^2-2x+1)=6 \\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4)=1 \end{cases}$

Giải: hệ ph- ơng trình: $\begin{cases} 2\log_{1-x}(-xy-2x+y+2)+\log_{2+y}(x^2-2x+1)=6 \\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4)=1 \end{cases}$

ĐK $\begin{cases} -4<x<1, x\neq 0 \\ y>-2; y\neq -1 \end{cases}$

Đ- a ph- ơng trình thứ nhất của hệ về dạng: $\log_{1-x}(2+y)+\log_{2+y}(1-x)=2$

Đặt $t=\log_{1-x}(2+y)$, tìm đ- ợc t = 1, kết hợp với ph- ơng trình thứ hai của hệ,đối chiếu với điều kiện trên, tìm đ- ợc nghiệm $(x;y)=(-2;1)$.

86/ Giải ph- ơng trình: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3)+\frac{1}{4}\log_4(x-1)^8=\log_2 4x$.

Giải: Giải ph- ơng trình: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3)+\frac{1}{4}\log_4(x-1)^8=\log_2 4x$.

87/ 1/.Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 8x^3y^3+27=18y^3 (1) \\ 4x^2y+6x=y^2 \quad (2) \end{cases}$

Giải: hệ phương trình: $\begin{cases} 8x^3y^3+27=18y^3 (1) \\ 4x^2y+6x=y^2 \quad (2) \end{cases}$

(1) $\Rightarrow$ y $\neq$ 0

Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} 8x^3+\dfrac{27}{y^3}=18 \\ \dfrac{4x^2}{y}+\dfrac{6x}{y^2}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2x)^3+\left(\dfrac{3}{y}\right)^3=18 \\ 2x.\dfrac{3}{y}\left(2x+\dfrac{3}{y}\right)=3 \end{cases}$

Đặt a = 2x; b = $\frac{3}{y}$. Ta có hệ: $\begin{cases} a^3+b^3=18 \\ ab(a+b)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=3 \\ ab=1 \end{cases}$

$\rightarrow$ Hệ đã cho có 2 nghiệm $\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{4};\dfrac{6}{3+\sqrt{5}}\right),\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{4};\dfrac{6}{3-\sqrt{5}}\right)$

88/ Tìm các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình sau có nghiệm thực:

(m - 3)$\sqrt{x}$ + (2- m)x + 3 - m = 0. (1)

Giải: Tìm các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình sau có nghiệm thực:

(m - 3)$\sqrt{x}$ + (2- m)x + 3 - m = 0. (1)

Đk x $\geq$ 0. đặt t = $\sqrt{x}$; t $\geq$ 0

(1) trở thành (m–3)t+(2-m)t^2 +3-m = 0 $\Leftrightarrow m=\dfrac{2t^2-3t+3}{t^2-t+1}$ (2)

Xét hàm số f(t) = $\dfrac{2t^2-3t+3}{t^2-t+1}$ (t $\geq$ 0)

Lập bảng biến thiên

(1) có nghiệm $\Leftrightarrow$ (2) có nghiệm t $\geq$ 0 $\Leftrightarrow \dfrac{5}{3}\leq m\leq 3$

89/ Giải phương trình: $2\log_5(3x-1)+1=\log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1)$.

Giải:_Giải phương trình: $2\log_5(3x-1)+1=\log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1)$.

Điều kiện $x>\dfrac{1}{3}$. (*)

Với đk trên, pt đã cho $\Leftrightarrow \log_5(3x-1)^2+1=3\log_5(2x+1)$

$\Leftrightarrow \log_5 5(3x-1)^2=\log_5(2x+1)^3$

$\Leftrightarrow 5(3x-1)^2=(2x+1)^3$

$\Leftrightarrow 8x^3-33x^2+36x-4=0$

$\Leftrightarrow (x-2)^2(8x-1)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=\dfrac{1}{8} \end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện (*), ta có nghiệm của pt là $x=2$.

90/ . Giải hệ ph- ơng trình : $\begin{cases} x^4-4x^2+y^2-6y+9=0 \\ x^2y+x^2+2y-22=0 \end{cases}$.

Giải: Giải hệ ph- ơng trình : $\begin{cases} x^4-4x^2+y^2-6y+9=0 \\ x^2y+x^2+2y-22=0 \end{cases}$.

* Hệ ph- ơng trình t- ơng đ- ơng với

$\begin{cases} (x^2-2)^2+(y-3)^2=4 \\ (x^2+2)y+x^2-22=0 \end{cases}$ $\begin{cases} (x^2-2)^2+(y-3)^2=4 \\ (x^2-2+4)(y-3+3)+x^2-2-20=0 \end{cases}$

Dat $\begin{cases} x^2-2=u \\ y-3=v \end{cases}$ * Thay vào hệ ph- ơng trình ta có: $\begin{cases} u^2+v^2=4 \\ u.v+4(u+v)=8 \end{cases}$

$\begin{cases} u=2 \\ v=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u=0 \\ v=2 \end{cases}$

thế vào cách đặt ta đ- ợc các nghiệm của hệ là : $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$; $\begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$; $\begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=5 \end{cases}$; $\begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=5 \end{cases}$;

91/ Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2+35}<5x-4+\sqrt{x^2+24}$

Giải: Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2+35}<5x-4+\sqrt{x^2+24}$

BPT tương đương

$$\sqrt{x^2+35}-\sqrt{x^2+24}<5x-4 \Leftrightarrow \frac{11}{\sqrt{x^2+35}+\sqrt{x^2+24}}<5x-4$$

$\Leftrightarrow 11<(5x-4)(\sqrt{x^2+35}+\sqrt{x^2+24})$

Xét:

a)Nếu $x \le \frac{4}{5}$ không thỏa mãn BPT

b)Nếu x>4/5: Hàm số $y = (5x-4)(\sqrt{x^2+35}+\sqrt{x^2+24})$ với x>4/5

$y' = 5(\sqrt{x^2+35}+\sqrt{x^2+24}) + (5x-4)(\frac{1}{\sqrt{x^2+35}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+24}})$ >0 mọi x>4/5

Vậy HSĐB. +Nếu $4/5<x\le 1$ thì $y(x) \le 11$

+Nếu x>1 thì y(x)>11 Vậy nghiệm BPT x>1

92/ Tìm *m* để hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 - y^3 + 3y^2 - 3x - 2 = 0 \\ x^2 + \sqrt{1-x^2} - 3\sqrt{2y-y^2} + m = 0 \end{cases}$ có nghiệm thực

Giải: Điều kiện: $\begin{cases} 1-x^2 \ge 0 \\ 2y-y^2 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \le x \le 1 \\ 0 \le y \le 2 \end{cases}$

Đặt $t = x + 1 \Rightarrow t \in [0; 2]$; ta có (1) $\Leftrightarrow t^3 - 3t^2 = y^3 - 3y^2$.

Hàm số $f(u) = u^3 - 3u^2$ nghịch biến trên đoạn [0; 2] nên:

(1) $\Leftrightarrow t = y \Leftrightarrow y = x + 1 \Rightarrow$ (2) $\Leftrightarrow x^2 - 2\sqrt{1-x^2} + m = 0$

Đặt $v = \sqrt{1-x^2} \Rightarrow v \in [0; 1] \Rightarrow$ (2) $\Leftrightarrow v^2 + 2v - 1 = m$.

Hàm số $g(v) = v^2 + 2v - 1$ đạt $\min\limits_{[0;1]} g(v) = -1; \quad \max\limits_{[0;1]} g(v) = 2$

Vậy hệ phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $-1 \le m \le 2$

93/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + x + \frac{1}{y}(1+\frac{1}{y}) = 4 \\ \frac{x}{y^2} + \frac{x^2}{y} + \frac{1}{y^3} = 4 - x^3 \end{cases}$.

Giải:

hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + x + \frac{1}{y}(1+\frac{1}{y}) = 4 \\ \frac{x}{y^2} + \frac{x^2}{y} + \frac{1}{y^3} = 4 - x^3 \end{cases}$.

Đk $y \ne 0$ $\begin{cases} x^2 + x + \frac{1}{y}(1+\frac{1}{y}) = 4 \\ \frac{x}{y^2} + \frac{x^2}{y} + \frac{1}{y^3} = 4 - x^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + \frac{1}{y^2} + x + \frac{1}{y} = 4 \\ x^3 + \frac{1}{y^3} + \frac{x}{y}(\frac{1}{y} + x) = 4 \end{cases}$ đặt $\begin{cases} a = x + \frac{1}{y} \\ b = \frac{x}{y} \end{cases}$

Ta đ- ợc $\begin{cases} a^2+a-2b=4 \\ a^3-2ab=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+a-4=2b \\ a^3-a(a^2+a-4)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+a-4=2b \\ a^2-4a+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$

Khi đó $\begin{cases} x=y \\ x+\dfrac{1}{x}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1 \\ x=1 \end{cases}$ KL

94/ Giải phương trình

$$\log_3(x^2+5x+6)+\log_3(x^2+9x+20)=1+\log_3 8$$

Giải: $\log_3(x^2+5x+6)+\log_3(x^2+9x+20)=1+\log_3 8$ (*)

+ Điều kiện : $\begin{cases} x^2+5x+6>0 \\ x^2+9x+20>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<-3 \vee x>-2 \\ x<-5 \vee x>-4 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-5 \\ -4<x<-3 \\ x>-2 \end{array}\right.$, và có : $1+\log_3 8=\log_3 24$

+ PT (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3\left[(x^2+5x+6)(x^2+9x+20)\right]=\log_3 24 \\ (x<-5)\vee(-4<x<-3)\vee(x>-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x^2+5x+6)(x^2+9x+20)=24 \\ (x<-5)\vee(-4<x<-3)\vee(x>-2) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+2)(x+3)(x+4)(x+5)=24 \ (*) \\ (x<-5)\vee(-4<x<-3)\vee(x>-2) \ (**) \end{cases}$

+ Đặt $t=(x+3)(x+4)=x^2+7x+12 \Rightarrow (x+2)(x+5)=t-2$, PT (*) trở thành :

t(t-2) = 24 $\Leftrightarrow (t-1)^2=25 \Leftrightarrow t=6 \vee t=-4$

- t = 6 : $x^2+7x+12=6 \Leftrightarrow x^2+7x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-6 \end{array}\right.$ (thỏa đkiện (**))
- t = - 4 : $x^2+7x+12=-4 \Leftrightarrow x^2+7x+16=0$: vô nghiệm

+ Kết luận : PT có hai nghiệm là x = -1 và x = - 6

95/ Cho khai triển $\left(2^{\log_2\sqrt[3]{9^{x-1}+7}}+2^{-\frac{1}{5}\log_2\left(3^{x-1}+1\right)}\right)^8$. Hãy tìm các giá trị của x biết rằng số hạng thứ 6 trong khai triển này là 224

Giải: Ta có : $(a+b)^8=\sum_{k=0}^{k=8} C_8^k a^{8-k}b^k$ với $a=2^{\log_2\sqrt[3]{9^{x-1}+7}}=\left(9^{x-1}+7\right)^{\frac{1}{3}}$; $b=2^{-\frac{1}{5}\log_2\left(3^{x-1}+1\right)}=\left(3^{x-1}+1\right)^{-\frac{1}{5}}$

+ Theo thứ tự trong khai triển trên , số hạng thứ sáu tính theo chiều từ trái sang phải của khai triển là

$$T_6=C_8^5\left(\left(9^{x-1}+7\right)^{\frac{1}{3}}\right)^3.\left(\left(3^{x-1}+1\right)^{-\frac{1}{5}}\right)^5=56\left(9^{x-1}+7\right).\left(3^{x-1}+1\right)^{-1}$$

+ Theo giả thiết ta có : $56\left(9^{x-1}+7\right).\left(3^{x-1}+1\right)^{-1}=224 \Leftrightarrow \dfrac{9^{x-1}+7}{3^{x-1}+1}=4 \Leftrightarrow 9^{x-1}+7=4(3^{x-1}+1)$

$$\Leftrightarrow \left(3^{x-1}\right)^2-4(3^{x-1})+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^{x-1}=1 \\ 3^{x-1}=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$$

96/ Giải phương trình $x^{\log_2 9}=x^2.3^{\log_2 x}-x^{\log_2 3}$

Giải: 1.ĐK: x>0.

Ta có phương trình $x^{\log_2 9} = x^2.3^{\log_2 x} - x^{\log_2 3} \Leftrightarrow 3^{\log_2 x} = x^2 - 1.$ Đặt $\log_2 x \Rightarrow x = 2^t$.

Phương trình trở thành $3^t = 4^t - 1 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^t + \left(\frac{1}{4}\right)^t = 1 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow \boxed{x = 2}$

97/ .1.Cho hệ ph- ơng trình:

$$\begin{cases} x + xy + y = m + 2 \\ x^2 y + xy^2 = m + 1 \end{cases}$$

1) Giải hệ ph- ơng trình với $m = -3$.

2) Tìm m để hệ ph- ơng trình có nghiệm duy nhất.

2.Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 4xy + 4(x^2 + y^2) + \dfrac{3}{(x+y)^2} = 7 \\ 2x + \dfrac{1}{x+y} = 3 \end{cases}$

Giải: 1.Cho hệ ph- ơng trình:

$$\begin{cases} x + xy + y = m + 2 \\ x^2 y + xy^2 = m + 1 \end{cases}$$

1) Giải hệ ph- ơng trình với $m = -3$.

Nhận thấy rằng đây là hệ ph- ơng trình đối xứng loại I. Khi đó:

Đặt $\begin{cases} x + y = S \\ xy = P \end{cases}$, điều kiện $S^2 - 4P \geq 0$

Viết lại hệ ph- ơng trình d- ới dạng:

$$\begin{cases} (x+y) + xy = m + 2 \\ (x+y)xy = m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S + P = m + 2 \\ SP = m + 1 \end{cases} \qquad (I)$$

Khi đó S, P là nghiệm của ph- ơng trình bậc hai:

$$t^2 - (m+2)t + m + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = m + 1 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x + y = 1 \\ xy = m + 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x + y = m + 1 \\ xy = 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(u) = u^2 - u + m + 1 \, (1) \\ g(u) = u^2 - (m+1)u + 1 \, (2) \end{array}\right.$$

Với m=-3, ta đ- ợc:

$$\left(1\right)\Leftrightarrow u^2-u-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=-1\\u=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1;y=2\\x=2;y=-1\end{array}\right.$$

$$\left(2\right)\Leftrightarrow u^2+u+1=0\Leftrightarrow u=-1\Leftrightarrow x=y=-1$$

Vậy: với $m=-3$, hệ ph- ơng trình đã cho có ba cặp nghiệm là: $\left(-1;2\right),\left(2;-1\right),\left(-1;-1\right)$.

2) Tìm m để hệ ph- ơng trình có nghiệm duy nhất.

Điều kiện cần: Nhận xét rằng nếu hệ có nghiệm $\left(x_0;y_0\right)$ thì $\left(y_0;x_0\right)$ cũng là nghiệm của hệ, do đó hệ có nghiệm duy nhất khi $x_0=y_0$.

Khi đó:

$$\begin{cases}x_0^2+2x_0=m+2\\2x_0^3=m+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=2x_0^3-1\\2x_0^3-x_0^2-2x_0+1=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m=1\\m=-3\\m=-\dfrac{3}{4}\end{cases}$$

Điều kiện đủ:

+Với $m=1$, ta đ- ợc:

$$\left(I\right)\Leftrightarrow\begin{cases}xy+\left(x+y\right)=3\\xy\left(x+y\right)=2\end{cases}$$

Khi đó x,y là nghiệm của ph- ơng trình:

$$t^2-3t+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+y=1\\xy=2\end{cases}\left(vn\right)\\\begin{cases}x+y=2\\xy=1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=y=1$$ là nghiệm duy nhất của hệ.

+Với $m=-1$, ta có:

$\left(I\right)\Leftrightarrow\begin{cases}xy+\left(x+y\right)=1\\xy\left(x+y\right)=0\end{cases}$. Nhận thấy hệ luôn có cặp nghiệm $\left(0;1\right)$ và $\left(1;0\right)$.

+Với $m=-\dfrac{3}{4}$, ta có:

$$(I)\Leftrightarrow\begin{cases}xy+(x+y)=\dfrac{5}{4}\\ xy(x+y)=\dfrac{1}{4}\end{cases}$$

Khi đó $x+y$ và xy là nghiệm của ph- ơng trình:

$$t^2-\frac{5}{4}t+\frac{1}{4}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=\dfrac{1}{4}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x+y=1\\ xy=\dfrac{1}{4}\end{cases}\\ \begin{cases}x+y=\dfrac{1}{4}(vn)\\ xy=1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=y=\frac{1}{2}$$ là nghiệm duy nhất của hệ.

Vậy: với $m=1$ hoặc $m=-\dfrac{3}{4}$ hệ đã cho có nghiệm duy nhất.

2. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}4xy+4(x^2+y^2)+\dfrac{3}{(x+y)^2}=7\\ 2x+\dfrac{1}{x+y}=3\end{cases}$

ĐK: x + y $\neq$ 0

Ta có hệ $\Leftrightarrow\begin{cases}3(x+y)^2+(x-y)^2+\dfrac{3}{(x+y)^2}=7\\ x+y+\dfrac{1}{x+y}+x-y=3\end{cases}$

Đặt u = x + y + $\dfrac{1}{x+y}$ ($|u|\geq 2$) ; v = x – y ta được hệ : $\begin{cases}3u^2+v^2=13\\ u+v=3\end{cases}$

Giải hệ ta được u = 2, v = 1 do ($|u|\geq 2$)

Từ đó giải hệ $\begin{cases}x+y+\dfrac{1}{x+y}=2\\ x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=1\\ x-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=0\end{cases}$

Đề 103.1. Giải hệ ph- ơng trình: $\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{y-1}=4\\ \sqrt{x+6}+\sqrt{y+4}=6\end{cases}$

Giải: 1. Điều kiện: x$\geq$-1, y$\geq$1

Cộng vế theo vế rồi trừ vế theo vế ta có hệ

$$\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{x+6}+\sqrt{y-1}+\sqrt{y+4}=10\\ \sqrt{x+6}-\sqrt{x+1}+\sqrt{y+4}-\sqrt{y-1}=2\end{cases}$$

Đặt u= $\sqrt{x+1}+\sqrt{x+6}$, v = $\sqrt{y-1}+\sqrt{y+4}$. Ta có hệ $\begin{cases} u+v=10 \\ \frac{5}{u}+\frac{5}{v}=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u=5 \\ v=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$ là nghiệm của hệ

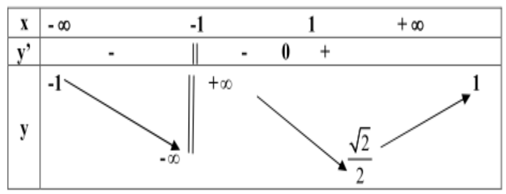
98/ 1. Tìm a để bất ph- ơng trình sau có nghiệm: $\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{x^2+1} > \log_{\frac{1}{3}}(ax+a)$

2.Giải ph- ơng trình: $\left(\sqrt{3}+1\right)^{\log_2 x} + x.\left(\sqrt{3}-1\right)^{\log_2 x} = 1+x^2$

Giải:1.Điều kiện: ax + a > 0 ; Bpt tương đương $\sqrt{x^2+1} < a(x+1)$

Nếu a>0 thì x +1 >0.Ta có $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} < a$

Nếu a<0 thì x +1 <0.Ta có $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} > a$



Xét hàm số y = $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ với x $\neq$ - 1

y' = $\dfrac{x-1}{(x+1)^2\sqrt{x^2+1}}$ =0 khi x=1 => a> $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ hoặc a < - 1

2.Điều kiện : x>0

Đặt $\left(\sqrt{3}+1\right)^{\log_2 x}$ =u, $\left(\sqrt{3}-1\right)^{\log_2 x} = v$ ta có pt u +uv^2 = 1 + u^2 v^2 $\Leftrightarrow$ (uv^2-1)(u — 1) = 0

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=1 \\ uv^2=1 \end{array}\right.$ . . . x =1

99/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x-y)(x^2+y^2)=13 \\ (x+y)(x^2-y^2)=25 \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

Giải: hệ phương trình: $\begin{cases} (x-y)(x^2+y^2)=13 \\ (x+y)(x^2-y^2)=25 \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

$\begin{cases} (x-y)(x^2+y^2)=13 & (1) \\ (x+y)(x^2-y^2)=25 & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3+xy^2-x^2y-y^3=13 & (1') \\ y^3-xy^2+x^2y-x^3=25 & (2') \end{cases}$

Lấy (2') - (1') ta được : x^2 y— xy^2 = 6 $\Leftrightarrow (x-y)xy=6$ (3)

Kết hợp với (1) ta có :

$\begin{cases} (x-y)(x^2+y^2)=13 \\ (x-y)xy=6 \end{cases}$ (I). Đặt y = - z ta có :

$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} (x+z)(x^2+z^2)=13 \\ -(x+z)xz=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+z)\left[(x+z)^2-2xz\right]=13 \\ (x+z)xz=-6 \end{cases}$

đặt S = x +z và P = xz ta có :

$$\begin{cases} S\left(S^2-2P\right)=13 \\ SP=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S^3-2SP=13 \\ SP=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S=1 \\ P=-6 \end{cases}$$

Ta có : $\begin{cases} x+z=1 \\ x.z=-6 \end{cases}$. Hệ này có nghiệm $\begin{cases} x=3 \\ z=-2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-2 \\ z=3 \end{cases}$

Vậy hệ đã cho có 2 nghiệm là : (3 ; 2) và (-2 ; -3)

Đề 106. a) Giải bất phương trình: $\log_x(\log_4(2^x-4))\le 1$

Giải:a) Giải bất phương trình: $\log_x(\log_4(2^x-4))\le 1$

$\log_x(\log_4(2^x-4))\le 1$. Đk: $\begin{cases} 0<x\ne 1 \\ \log_4(2^x-4)>0 \Leftrightarrow x>\log_2 5 \\ 2^x-4>0 \end{cases}$

Do $x>1\Rightarrow$ PT $\Leftrightarrow \log_4(2^x-4)\le x \Leftrightarrow 2^x-4\le 4^x \Leftrightarrow 4^x-2^x+4\ge 0$ đúng với mọi *x*. Do vậy BPT có nghiệm: $x>\log_2 5$

Đề 107. Tìm *m* để phương trình sau có một nghiệm thực:

$$\sqrt{2x^2-2(m+4)x+5m+10}-x+3=0$$

Giải: $\sqrt{2x^2-2(m+4)x+5m+10}-x+3=0 \Leftrightarrow \sqrt{2x^2-2(m+4)x+5m+10}=x-3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3\ge 0 \\ 2x^2-2(m+4)x+5m+10=(x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 3 \\ m=\dfrac{x^2-2x+1}{2x-5} \end{cases}$$

Xét hàm số, lập BBT với $f(x)=\dfrac{x^2-2x+1}{2x-5} \Rightarrow f'(x)=\dfrac{2(x^2-5x)}{(2x-5)^2}$

Khi đó ta có:

Bảng biến thiên:

x	-∞		0		5/2		3	5		+∞
y'		+	0	-	‖	-		0	+	
y					‖		8	24/5		+∞

Phương trình có 1 nghiệm $m\in\left\{\dfrac{24}{5}\right\}\cup(8;+\infty)$

100/ Tìm m để phương trình: $m\left(\sqrt{x^2-2x+2}+1\right)+x(2-x)\le 0$ (2) có nghiệm x $\in\left[0;1+\sqrt{3}\right]$

Giải: Tìm m để phương trình: $m\left(\sqrt{x^2-2x+2}+1\right)+x(2-x)\le 0$ (2) có nghiệm x $\in\left[0;1+\sqrt{3}\right]$

Đặt $t=\sqrt{x^2-2x+2} \Leftrightarrow t^2-2=x^2-2x$ Bpt (2) $\Leftrightarrow m\le \dfrac{t^2-2}{t+1}$ $(1\le t\le 2), do\, x\in[0;1+\sqrt{3}]$

Khảo sát $g(t)=\dfrac{t^2-2}{t+1}$ với $1\le t\le 2$; $g'(t)=\dfrac{t^2+2t+2}{(t+1)^2}>0$. Vậy g tăng trên [1,2]

Do đó, ycbt $\Leftrightarrow$ bpt $m\le \dfrac{t^2-2}{t+1}$ có nghiệm $t\in[1,2]$ $\Leftrightarrow$ $m\le \max\limits_{t\in[1;2]} g(t)=g(2)=\dfrac{2}{3}$ Vậy $m\le \dfrac{2}{3}$

101/ . 1) Giải phương trình: $\log_3\left(x^2+x+1\right)-\log_3 x=2x-x^2$

2) Giải bất phương trình: $(\log_x 8+\log_4 x^2)\log_2\sqrt{2x}\ge 0$

Giải:

1. $(1)\Leftrightarrow \log_3\dfrac{x^2+x+1}{x}=x\left(2-x\right)\Leftrightarrow 3^{x(2-x)}=x+1+\dfrac{1}{x}$

Đặt:f(x)= $3^{x(2-x)}$; g(x)= $x+1+\dfrac{1}{x}$ $(x\ne 0)$

Dùng pp kshs =>max f(x)=3; min g(x)=3=>PT f(x)= g(x) $\Leftrightarrow$ max f(x)= min g(x)=3 tại x=1
=>PT có nghiệm x= 1

2. Điều kiện $x>0$, $x\ne 1$

$$(1)\Leftrightarrow\left(\frac{1}{\log_8 x}+2\log_4 x\right)\frac{1}{2}\log_2 2x\ge 0\Leftrightarrow\left(\frac{1}{\frac{1}{3}\log_2 x}+\log_2 x\right)(\log_2 x+1)\ge 0$$

$$\Leftrightarrow(\log_2^2 x+3)\left(\frac{\log_2 x+1}{\log_2 x}\right)\ge 0\Leftrightarrow\frac{\log_2 x+1}{\log_2 x}\ge 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x\le -1 \text{ hay } \log_2 x>0\Leftrightarrow 0<x\le\frac{1}{2} \text{ hay } x>1$$

102/ Giải phương trình: $3^{x^2}2^{\frac{x}{2x-1}}=6$

Giải: Giải phương trình: $3^{x^2}2^{\frac{x}{2x-1}}=6$

Lấy logarit theo cơ số 3 cho hai vế ta được: $x^2+\dfrac{x}{2x-1}\log_3 2=1+\log_3 2$

Đưa phương trình về dạng: $(x-1)(2x^2+x-1-\log_3^2)=0$.

Từ đó suy ra nghiệm x = 1; $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{9+8\log_3 2}}{4}$

103/ .Giải bất phương trình $\sqrt{\log_2^2 x-\log_2 x^2-3}>\sqrt{5}(\log_4 x^2-3)$

Giải: Giải bất phương trình $\sqrt{\log_2^2 x-\log_2 x^2-3}>\sqrt{5}(\log_4 x^2-3)$

ĐK: $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2^2 x - \log_2 x^2 - 3 \geq 0 \end{cases}$

Bất phương trình đã cho tương đương với $\sqrt{\log_2^2 x - \log_2 x^2 - 3} > \sqrt{5}(\log_2 x - 3)$ (1)

đặt t = $\log_2 x$,

BPT (1) $\Leftrightarrow \sqrt{t^2 - 2t - 3} > \sqrt{5}(t-3) \Leftrightarrow \sqrt{(t-3)(t+1)} > \sqrt{5}(t-3)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \leq -1 \\ \begin{cases} t > 3 \\ (t+1)(t-3) > 5(t-3)^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \leq -1 \\ 3 < t < 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x \leq -1 \\ 3 < \log_2 x < 4 \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ 8 < x < 16 \end{array}\right.$ Vậy BPT đã cho có tập nghiệm là: $(0;\frac{1}{2}] \cup (8;16)$

104/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} (x-1)(y-1)(x+y-2) = 6 \\ x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0 \end{cases}$

Giải: hệ phương trình: $\begin{cases} (x-1)(y-1)(x+y-2) = 6 \\ x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0 \end{cases}$

Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(y-1)(x-1+y-1) = 6 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} uv(u+v) = 6 \\ u^2 + v^2 - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} uv(u+v) = 6 \\ (u+v)^2 - 2uv - 5 = 0 \end{cases}$ với $\begin{cases} u = x-1 \\ v = y-1 \end{cases}$

Đặt: $\begin{cases} S = u+v \\ P = u.v \end{cases}$ được $\begin{cases} P.S = 6 \\ S^2 - 2P - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} S = 3 \\ P = 2 \end{cases}$

u, v là nghiệm của phương trình: $X^2 - 3X + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} X = 1 \\ X = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 2 \\ y-1 = 1 \end{cases} \vee \begin{cases} x-1 = 1 \\ y-1 = 2 \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ: (3 ; 2), (2 ; 3)

105/ 1. Tìm m để phương trình sau có nghiệm: $4^x - 4m(2^x - 1) = 0$

2.Tìm m để phương trình: $4\left(\log_2 \sqrt{x}\right)^2 - \log_{\frac{1}{2}} x + m = 0$ có nghiệm trong khỏang (0 ; 1).

Giải:

1. Đặt $t = 2^x$ (t > 0) ta có phương trình: $t^2 - 4mt + 4m = 0$ (*)

(*) $\Leftrightarrow \dfrac{t^2}{t-1} = 4m \quad (t > 0 \wedge t \neq 1)$

Xét $y = \dfrac{t^2}{t-1}$ có $y' = \dfrac{t^2 - 2t}{(t=1)^2}$

$y' = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee t = 2$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		+	0	−	‖	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có : $m < 0 \vee m \geq 1$

2. Pt đã cho $\Leftrightarrow 4\left(\frac{1}{2}\log_2 x\right)^2 + \log_2 x + m = 0 \quad \forall x \in (0\,;1) \Leftrightarrow \log_2^2 x + \log_2 x + m = 0$ (*)

Đặt $t = \log_2 x \quad , x \in (0\,;1) \Rightarrow t \in (-\infty\,;0)$

$(*) \Leftrightarrow t^2 + t + m = 0 \Leftrightarrow m = -t^2 - t \quad \forall t \in (-\infty\,;0)$

Xét hàm số y = $-t^2 - t$ có y' = -2t – 1

y' = 0 $\Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{4}$

t	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0
y'		+	0	-	
y	$-\infty$	↗	$\frac{1}{4}$	↘	0

ĐS : m $\le \frac{1}{4}$

106/ Giải bất phương trình $\left(4x-3\right)\sqrt{x^2-3x+4} \ge 8x-6$

Giải:

bất phương trình: $\left(4x-3\right)\sqrt{x^2-3x+4} \ge 8x-6\,(1)$

$$(1) \Leftrightarrow \left(4x-3\right)\left(\sqrt{x^2-3x+4}-2\right) \ge 0$$

Ta có: 4x-3=0<=>x=3/4

$\sqrt{x^2-3x+4}-2$=0<=>x=0;x=3

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		¾		2		$+\infty$
4x-3		-		-	0	+		+	
$\sqrt{x^2-3x+4}-2$		+	0	-		-	0	+	
Vế trái		-	0	+	0	-	0	+	

Vậy bất phương trình có nghiệm: $x \in \left[0;\frac{3}{4}\right] \cup \left[3;+\infty\right)$

107 / Giải phương trình: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3) + \frac{1}{4}\log_4(x-1)^8 = 3\log_8(4x)$.

Giải: phương trình: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3) + \frac{1}{4}\log_4(x-1)^8 = 3\log_8(4x)$.

$$\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3) + \frac{1}{4}\log_4(x-1)^8 = 3\log_8(4x).$$

Điều kiện: $\begin{cases} x > -3 \\ x \ne 1 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \ne 1.$ Biến đổi theo logarit cơ số 2 thành phương trình

$$\log_2\left[(x+3)(x-1)\right]=\log_2(4x)\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\ \ (\text{loaï})\\ x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow x=3.$$

108/ Tìm các giá trị của tham số m để phương trình sau có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $\left[-\frac{1}{2};1\right]$:

$$3\sqrt{1-x^2}-2\sqrt{x^3+2x^2+1}=m\quad(m\in R).$$

Giải:Đặt $f(x)=3\sqrt{1-x^2}-2\sqrt{x^3+2x^2+1}$, suy ra $f(x)$ xác định và liên tục trênđoạn $\left[-\frac{1}{2};1\right]$.

$$f'(x)=-\frac{3x}{\sqrt{1-x^2}}-\frac{3x^2+4x}{\sqrt{x^3+2x^2+1}}=-x\left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}+\frac{3x+4}{\sqrt{x^3+2x^2+1}}\right).$$

$\forall x\in\left[-\frac{1}{2};1\right]$ ta có $x>-\frac{4}{3}\Rightarrow 3x+4>0\Rightarrow\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}+\frac{3x+4}{\sqrt{x^3+2x^2+1}}>0$.

Vậy: $f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\frac{1}{2}$		0		1
$f'(x)$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$
$f(x)$	$\frac{3\sqrt{3}-\sqrt{22}}{2}$	$\nearrow$	1 CÑ	$\searrow$	-4

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: Phương trình đã cho có 1 nghiệm duy nhất thuộc $\left[-\frac{1}{2};1\right]\Leftrightarrow -4\le m<\frac{3\sqrt{3}-\sqrt{22}}{2}$ hoặc $m=1$.

109/ 1. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}3y=\dfrac{y^2+2}{x^2}\\ 3x=\dfrac{x^2+2}{y^2}\end{cases}$

2. Giải phương trình: $\sqrt[3]{2x+1}+\sqrt[3]{2x+2}+\sqrt[3]{2x+3}=0$

Giải:1. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}3y=\dfrac{y^2+2}{x^2}\\ 3x=\dfrac{x^2+2}{y^2}\end{cases}$

điều kiện x>0, y>0. Khi đó hệ tương đương $\begin{cases}3x^2y=y^2+2\\ 3xy^2=x^2+2\end{cases}$

Trừ vế theo vế hai phương trình ta được: (x-y)(3xy+x+y) = 0 $\Leftrightarrow x=y$ thay lại phương trình Giải tìm được nghiệm của hệ là: (1;1).

2. Giải phương trình: $\sqrt[3]{2x+1}+\sqrt[3]{2x+2}+\sqrt[3]{2x+3}=0$

Tập xác định: D = R. Đặt f(x) = $\sqrt[3]{2x+1}+\sqrt[3]{2x+2}+\sqrt[3]{2x+3}$

Ta có: $f'(x)=\dfrac{2}{\sqrt[3]{(2x+1)^2}}+\dfrac{2}{\sqrt[3]{(2x+2)^2}}+\dfrac{2}{\sqrt[3]{(2x+3)^2}}>0;\forall x\neq -\dfrac{1}{2},-1,-\dfrac{3}{2}$

Suy ra hàm số f(x) đồng biến trên tập M=$\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{2},-1\right)\cup\left(-1,-\dfrac{3}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{3}{2},+\infty\right)$

Ta thấy f(-1)=0 $\Rightarrow$ x=-1 là một nghiệm của (1). Ta có: $f(-\dfrac{1}{2})=3;\ f(-\dfrac{3}{2})=-3$

Ta có bảng biến thiên của hàm số f(x):

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
f'(x)		||	||	||	
F(x)	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy f(x) = 0 $\Leftrightarrow$ x = -1. Vậy phương trình đã cho có duy nhất một nghiệm x = -1.

Cách 2: Hs có thể đặt $\begin{cases}u=\sqrt[3]{2x+1}\\ v=\sqrt[3]{2x+3}\end{cases}$ khi đó ta được hệ $\begin{cases}u+v+\dfrac{u^3+v^3}{2}=0\\ v^3-u^3=2\end{cases}$ giải hệ này và tìm được nghiệm.

110/ Giaûi phöông trình : $2\sqrt[3]{3x-2}+3\sqrt{6-5x}-8=0$ (x $\in$ R)

Giải: $2\sqrt[3]{3x-2}+3\sqrt{6-5x}-8=0$, ñieàu kieän : $6-5x\geq 0\Leftrightarrow x\leq\dfrac{6}{5}$

Ñaët t = $\sqrt[3]{3x-2}$ $\Leftrightarrow$ t^3 = 3x – 2 $\Leftrightarrow$ x = $\dfrac{t^3+2}{3}$ vaø 6 – 5x = $\dfrac{8-5t^3}{3}$

Phöông trình trôû thaønh : $2t+3\sqrt{\dfrac{8-5t^3}{3}}-8=0$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{\dfrac{8-5t^3}{3}}=8-2t \Leftrightarrow \begin{cases}t\leq 4\\ 15t^3+4t^2-32t+40=0\end{cases}$ $\Leftrightarrow$ t = -2. Vaäy x = -2

111/ Gæai heä phöông trình : $\begin{cases}\log_2(x^2+y^2)=1+\log_2(xy)\\ 3^{x^2-xy+y^2}=81\end{cases}$ (x, y $\in$ R)

Giải: Ñieàu kieän x, y > 0 $\begin{cases}\log_2(x^2+y^2)=\log_2 2+\log_2(xy)=\log_2(2xy)\\ x^2-xy+y^2=4\end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=2xy \\ x^2-xy+y^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)^2=0 \\ xy=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ xy=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$$

112/ Tìm các giá trị của tham số m sao cho hệ phương trình $\begin{cases} 2y-x=m \\ y+\sqrt{xy}=1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất

Giải Ta có : $x=2y-m$, nên : $\sqrt{2y^2-my}=1-y$. PT$\Leftrightarrow \begin{cases} y\le 1 \\ m=y-\dfrac{1}{y}+2 \end{cases}$ (vì y = 0 PTVN). Xét

$f(y)=y-\dfrac{1}{y}+2 \Rightarrow f'(y)=1+\dfrac{1}{y^2}>0$. Lập BTT. KL: Hệ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow m>2$.

113/ 1. Giải phương trình $2x^{\log_4 x}=8^{\log_2\sqrt{x}}$.

2. Giải bất phương trình $2(1+\log_2 x)\log_4 x+\log_8 x<0$.

Giải 1. ĐK : $x>0$. Ta có: $1+\log_2 x\log_4 x=3\log_2\sqrt{x}$. Đặt $t=\log_2 x$.Ta có: $t^2-3t+2=0 \Leftrightarrow t=1, t=2$. Khi: $t=1$ thì $\log_2 x=1 \Leftrightarrow x=2(th)$. Khi: $t=2$ thì $\log_2 x=2 \Leftrightarrow x=4(th)$. KL: Nghiệm PT $x=2, x=4$.

2. ĐK : $x>0$. Đặt $t=\log_2 x$, ta có : $(1+t)t+\dfrac{t}{3}<0$, BPT$\Leftrightarrow 3t^2+4t<0 \Leftrightarrow -\dfrac{4}{3}<t<0$. KL: $-\dfrac{4}{3}<\log_2 x<0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2\sqrt[3]{2}}<x<1$.

114/ Giải bất phương trình: $\dfrac{\sqrt{(x-1)(4-x)}}{\sqrt{x+2}}+\sqrt{x+2}>\dfrac{2x}{\sqrt{x+2}}$

Giải

$$\text{ĐK:? bpt} \Leftrightarrow \sqrt{-x^2+3x+4}>x-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x\ge 2 \\ x\in(0;7) \end{cases} \\ \begin{cases} x<2 \\ x\in[-1;4] \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow x\in\left[-1;\frac{7}{2}\right)$$

115/ Giải phương trình: $8^x+1=2\sqrt[3]{2^{x+1}-1}$

Giải : $8^x+1=2\sqrt[3]{2^{x+1}-1}$ Đặt $2^x=u>0; \sqrt[3]{2^{x+1}-1}=v$

$$\Rightarrow \begin{cases} u^3+1=2v \\ v^3+1=2u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^3+1=2v \\ (u-v)(u^2+uv+v^2+2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=v>0 \\ u^3-2u+1=0 \end{cases} \Rightarrow x=0; x=\log_2\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$$

116/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+x+\dfrac{1}{y}(1+\dfrac{1}{y})=4 \\ \dfrac{x}{y^2}+\dfrac{x^2}{y}+\dfrac{1}{y^3}=4-x^3 \end{cases}$.

Giải : Đk $y \neq 0$ $\begin{cases} x^2 + x + \frac{1}{y}(1+\frac{1}{y}) = 4 \\ \frac{x}{y^2} + \frac{x^2}{y} + \frac{1}{y^3} = 4 - x^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + \frac{1}{y^2} + x + \frac{1}{y} = 4 \\ x^3 + \frac{1}{y^3} + \frac{x}{y}(\frac{1}{y} + x) = 4 \end{cases}$ đặt $\begin{cases} a = x + \frac{1}{y} \\ b = \frac{x}{y} \end{cases}$

Ta đ- ợc $\begin{cases} a^2 + a - 2b = 4 \\ a^3 - 2ab = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + a - 4 = 2b \\ a^3 - a(a^2 + a - 4) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + a - 4 = 2b \\ a^2 - 4a + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$

Khi đó $\begin{cases} x = y \\ x + \frac{1}{x} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$ KL

117/ Giải bất ph- ơng trình : $\sqrt[3]{9^x - 5.3^x - 14}.\log_{\sqrt{3}}\left(\frac{x+1}{x-2}\right) \geq 0$

Giải:

KL:2. +) Đ/K: x>2 or x<-1

$\sqrt[3]{9^x - 5.3^x - 14}.\log_{\sqrt{3}}\left(\frac{x+1}{x-2}\right) \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt[3]{\left(3^x - 7\right)\left(3^x + 2\right)}\log_{\sqrt{3}}\left(\frac{x+1}{x-2}\right) \geq 0$

$\Leftrightarrow \left(3^x - 7\right)\log_{\sqrt{3}}\left(\frac{x+1}{x-2}\right) \geq 0$

XÐt x>2 ta cã $\log_{\sqrt{3}}\left(\frac{x+1}{x-2}\right) \geq 0 \Leftrightarrow \left(\frac{x+1}{x-2}\right) \geq 1 \Leftrightarrow \frac{3}{x-2} \geq 0 \Leftrightarrow x > 2$

XÐt x<-1 ta cã $\log_{\sqrt{3}}\left(\frac{x+1}{x-2}\right) \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x+1}{x-2} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{3}{x-2} \leq 0 \Leftrightarrow x < 2$. KL:?

118 / Giải ph- ơng trình : $4^x - 2^{x+1} + 2\left(2^x - 1\right)\sin\left(2^x + y - 1\right) + 2 = 0$

Giải: Đặt $2^x = t$, đ ưa về pt bậc 2 ẩn t ,giải ti ếp. Ho ặc đ ưa pt vrrf d ạng t ổng c ác b ình ph ư ơng

119/ Tìm *m* để phương trình sau có nghiệm thực : $\sqrt{-x^2 + 3x - 2} = \sqrt{-x^2 + 2mx + 2m}$

Giải Tìm m để phương trình sau có nghiệm thực : $\sqrt{-x^2 + 3x - 2} = \sqrt{-x^2 + 2mx + 2m}$ (*)

(*) $\Leftrightarrow \begin{cases} -x^2 + 3x - 2 \geq 0 \\ -x^2 + 3x - 2 = -x^2 + 2mx + 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 2 \\ 2m(x+1) = 3x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 2 \\ f(x) = \frac{3x-2}{x+1} = 2m \end{cases}$

f(*x*) liên tục trên $[1;2]$ và có $f'(x) = \frac{5}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in [1;2]$ $\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $[1;2]$

Bài toán yêu cầu $\Leftrightarrow f(1) \leq 2m \leq f(2) \Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{4} \leq m \leq \frac{2}{3}}$

120/ Giải hệ phương trình : $\begin{cases}\log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} y-\log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} x=(y-x)\left(x^2-xy+y^2\right)\\ x^2+y^2=4\end{cases}$

Giải: Điều kiện : $x>0$; $y>0$. Ta có : $x^2-xy+y^2=\left(x-\dfrac{y}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}y^2>0\ \ \forall x,y>0$; Xét $x>y$

$\Rightarrow \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} x<\log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} y \Rightarrow \begin{cases}\text{VT}(*)>0\\ \text{VP}(*)<0\end{cases} \Rightarrow$ (*) vô nghiệm nên hệ vô nghiệm.

Xét $x<y$ $\Rightarrow \log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} x>\log_{\frac{\sqrt{3}}{2}} y \Rightarrow \begin{cases}\text{VT}(*)<0\\ \text{VP}(*)>0\end{cases} \Rightarrow$ (*) vô nghiệm nên hệ vô nghiệm.

Khi $x=y$ hệ cho ta $\begin{cases}0=0\\ 2x^2=2y^2=4\end{cases} \Leftrightarrow x=y=\sqrt{2}$ (do $x,y>0$). Vậy hệ có ngd nh $(x;y)=\left(\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$

Vậy hệ có ngd

121/ Giải phương trình: $(x+24)^{\frac{1}{3}}+(12-x)^{\frac{1}{2}}=6$.

Giải; *Nhận xét:* Theo định nghĩa của lũy thừa số mũ hữu tỉ, cơ số phải dương nên điều kiện có nghĩa của biểu thức là: $\begin{cases}x+24>0\\ 12-x>0\end{cases} \Leftrightarrow -24<x<12$.

Đặt: $u=(x+24)^{\frac{1}{3}}$; $v=(12-x)^{\frac{1}{2}}$ với $u, v>0$.

Ta có: $\begin{cases}u+v=6\\ u^3+v^2=36\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}u+v=6\\ u^3+(6-u)^2=36\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}u+v=6\\ u^3+u^2-12u=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}u+v=6\\ u(u^2+u-12)=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}u=3\\ v=3\end{cases}$ (do $u, v>0$) $\Leftrightarrow \begin{cases}(x+24)^{\frac{1}{3}}=3\\ (12-x)^{\frac{1}{2}}=3\\ -24<x<12\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+24=27\\ 12-x=9\\ -24<x<12\end{cases} \Leftrightarrow x=3$ (thỏa)

122/ Giải phương trình $\log_3(x^2+5x+6)+\log_3(x^2+9x+20)=1+\log_3 8$

Giải: Điều kiện : $\begin{cases}x^2+5x+6>0\\ x^2+9x+20>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x<-3 \vee x>-2\\ x<-5 \vee x>-4\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-5\\ -4<x<-3\\ x>-2\end{array}\right.$, và có : $1+\log_3 8=\log_3 24$

+ PT (*) $\Leftrightarrow \begin{cases}\log_3\left[(x^2+5x+6)(x^2+9x+20)\right]=\log_3 24\\ (x<-5)\vee(-4<x<-3)\vee(x>-2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x^2+5x+6)(x^2+9x+20)=24\\ (x<-5)\vee(-4<x<-3)\vee(x>-2)\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases}(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)=24\ (*)\\ (x<-5)\vee(-4<x<-3)\vee(x>-2)\ (**)\end{cases}$

+ Đặt $t=(x+3)(x+4)=x^2+7x+12 \Rightarrow (x+2)(x+5)=t-2$, PT (*) trở thành :

t(t-2) = 24 $\Leftrightarrow (t-1)^2=25 \Leftrightarrow t=6 \vee t=-4$

- t = 6 : $x^2+7x+12=6 \Leftrightarrow x^2+7x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-6 \end{array}\right.$ (thỏa đkiện (**))
- t = - 4 : $x^2+7x+12=-4 \Leftrightarrow x^2+7x+16=0$: vô nghiệm

+ Kết luận : PT có hai nghiệm là x = -1 và x = - 6

Liên hệ www.nguoithay.org để xem bài giảng bằng video

123/ Giải hệ phương trình.

$$\begin{cases} \sqrt{x+y+1}+1=4(x+y)^2+\sqrt{3}.\sqrt{x+y} \\ 2x-y=\frac{3}{2} \end{cases}$$

Giải: Đặt : t = x + y ; ĐK: $t \geq 0$ =>

$$\Leftrightarrow \frac{1-2t}{\sqrt{t+1}+\sqrt{3t}}=(2t-1)(2t+1) \Leftrightarrow (1-2t)\left[\frac{1}{\sqrt{t+1}+\sqrt{3t}}+2t+1\right]=0$$

$\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$; Hệ đã cho trở thành $\begin{cases} x+y=\frac{1}{2} \\ 2x-y=\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=-\frac{1}{6} \end{cases}$

Vậy hệ đã cho có một nghiệm $\begin{cases} x=\frac{2}{3} \\ y=-\frac{1}{6} \end{cases}$

Đề 132 : Giải phương trình:

$$(9^x-2.3^x-3)\log_3(x-1)+\log_{\frac{1}{3}}27=\frac{2}{3}.9^{\frac{x+1}{2}}-9^x$$

Giải: ĐK: x > 1; Với ĐK trên phương trình đã cho tương đương

$$(9^x-2.3^x-3)\log_3(x-1)-3=2.3^x-9^x$$

$\Leftrightarrow (3^x-3)(3^x+1)[\log_3(x-1)+1]=0 \Leftrightarrow (3^x-3)(3^x+1)\log_3(x-1)-3-2.3^x+9^x=0$

$\Leftrightarrow (3^x-3)(3^x+1)\log_3(x-1)+(3^x+1)(3^x-3)=0$

$\Leftrightarrow (3^x-3)(3^x+1)[\log_3(x-1)+1]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x-3=0 \\ \log_3(x-1)+1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\ (loại) \\ x=\frac{4}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{4}{3}$

Vậy phương trình đã cho có một nghiệm : $x=\frac{4}{3}$

124/ Giải bất phương trình: $\frac{\sqrt{x+4}+\sqrt{x-4}}{2} \leq x+\sqrt{x^2-16}-6$

Giải : * Đk: $\begin{cases} x+4 \geq 0 \\ x-4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 4$. Đặt t = $\sqrt{x+4}+\sqrt{x-4}$ (t > 0)

BPT trở thành: $t^2-t-6 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \leq -2(L) \\ t \geq 3 \end{array}\right.$

* Với t ≥ 3 $\Leftrightarrow 2\sqrt{x^2-16} \geq 9 - 2x$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x \geq 4 \\ 9 - 2x \leq 0 \end{cases} \quad (a) \\ \begin{cases} x \geq 4 \\ 9 - 2x > 0 \\ 4(x^2-16) \geq (9-2x)^2 \end{cases} \quad (b) \end{array}\right.$

* (a) $\Leftrightarrow x \geq \frac{9}{2}$. * (b) $\Leftrightarrow \frac{145}{36} \leq x < \frac{9}{2}$. *Tập nghiệm của BPT là: T= $\left[\frac{145}{36};+\infty\right)$

125/ 1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} |xy-18| = 12 - x^2 \\ xy = 9 + \frac{1}{3}y^2 \end{cases}$

2. Giải phương trình: $9^x + (x - 12).3^x + 11 - x = 0$

Giải 1) *Giải hệ:* $\begin{cases} |xy-18| = 12 - x^2 \Rightarrow 12 - x^2 \geq 0 \Rightarrow |x| \leq 2\sqrt{3} \\ xy = 9 + \frac{1}{3}y^2 \Rightarrow |x||y| \geq 2\sqrt{3}|y| \Rightarrow |x| \geq 2\sqrt{3} \end{cases}$

$\Rightarrow |x| = 2\sqrt{3} \Rightarrow xy = 18$

$\Rightarrow x \in \{-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}\}$, tương ứng y $\in \{-3\sqrt{3}; 3\sqrt{3}\}$

Thử lại, thoả mãn hệ đã cho

Vậy, $(x;y) \in \{(-2\sqrt{3}; -3\sqrt{3}), (2\sqrt{3}; 3\sqrt{3})\}$

2) *Giải phương trình*: $(3^x)^2 + (x-12)3^x + 11 - x = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = 1 \\ 3^x = 11 - x \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f(x) = 3^x + x - 11 = 0 (*) \end{array}\right.$ (a + b + c = 0)

$\left.\begin{array}{l} f'(x) = 3^x \ln 3 + 1 > 0, \forall x \\ f(2) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow (*)$ có nghiệm duy nhất $x = 2$

Vậy, tập nghiệm của phương trình: S = {0 ; 2

126/ Giải phương trình: $\left(x^2+1\right)^2 = 5 - x\sqrt{2x^2+4}; \quad x \in R$

Giải: $\left(x^2+1\right)^2 = 5 - x\sqrt{2x^2+4}; \quad x \in R$

Đặt $t = x\sqrt{2x^2+4} \Rightarrow t^2 = 2(x^4 + 2x^2)$ ta được phương trình $\frac{t^2}{2} + 1 = 5 - t \Leftrightarrow t^2 + 2t - 8 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -4 \\ t = 2 \end{array}\right.$

+ Với t = -4 Ta có $x\sqrt{2x^2+4}=-4 \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ 2(x^4+2x^2)=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ x^4+2x^2-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ x^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=-\sqrt{2}$

+ Với t = 2 ta có

$x\sqrt{2x^2+4}=2 \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ 2(x^4+2x^2)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x^4+2x^2-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x^2=\sqrt{3}-1 \end{cases} \Leftrightarrow x=\sqrt{\sqrt{3}-1}$

ĐS: phương trình có 2 nghiệm $x=-\sqrt{2}, x=\sqrt{\sqrt{3}-1}$

127/ Giải bất phương trình: $\dfrac{\left(\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{x+1}\right)^2-\dfrac{3}{2}\log_2(x+1)-6}{2+\log_{\frac{1}{2}}(x+1)} \ge \log_2(x+1)$

Giải; Đ ặt $\log_2(x+1)=t$ rồi giải tiếp

128/ Giải phương trình: $\sqrt{7-x^2+x\sqrt{x+5}}=\sqrt{3-2x-x^2}$ $\quad (x\in\mathbb{R})$

Giải

$PT \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x-x^2\ge 0 \\ 7-x^2+x\sqrt{x+5}=3-2x-x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-2x-x^2\ge 0 \\ x\sqrt{x+5}=-2(x+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\le x\le 1 \\ x\ne 0 \\ \sqrt{x+5}=-2.\dfrac{x+2}{x} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -2\le x<0 \\ (x+1)(x^2-16)=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=-1;$ Vậy phương trình đã cho có một nghiệm x = - 1.

129/ Giải hệ phương trình $\begin{cases} \log_{\frac{1}{4}}(y-x)-\log_4\dfrac{1}{y}=1 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$ $\quad (x,y\in\mathbb{R})$

Giải: Điều kiện: $\begin{cases} y-x>0 \\ y>0 \end{cases}$; Hệ phương trình

$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_4(y-x)+\log_4\dfrac{1}{y}=-1 \\ x^2+y^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_4\dfrac{y-x}{y}=-1 \\ x^2+y^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{y-x}{y}=\dfrac{1}{4} \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ x^2+y^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ 9y^2+y^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ y^2=\dfrac{25}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x;y)=\left(\dfrac{15}{\sqrt{10}};\dfrac{5}{\sqrt{10}}\right) \\ (x;y)=\left(-\dfrac{15}{\sqrt{10}};-\dfrac{5}{\sqrt{10}}\right) \end{array}\right.$ (không thỏa mãn đk)

Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

130/ Tìm các giá trị của tham số m để phương trình: $m+e^{\frac{x}{2}}=\sqrt[4]{e^{2x}+1}$ có nghiệm thực .

Giải: Đặt $t=e^{\frac{x}{2}}$ ĐK: t > 0 . PT trở thành: $m=\sqrt[4]{t^4+1}-t$ .Xét $f(t)=\sqrt[4]{t^4+1}-t$ với t > 0 .

$f'(t)=\sqrt[4]{\left(\frac{t^4}{t^4+1}\right)^3}-1<0\to$ hàm số NB trên $(0;+\infty)$. $\lim\limits_{t\to+\infty}f(t)=\lim\limits_{t\to+\infty}\frac{1}{\left(\sqrt[4]{t^4+1}+t\right)\left(\sqrt{t^4+1}+t^2\right)}=0$;

f(0) = 1. KL: 0< m <1.

131/ Giải phương trình: $\log_3\left(4.16^x+12^x\right)=2x+1$.

Giải: PT $\leftrightarrow 4.16^x+12^x=3^{2x+1}\leftrightarrow 4.4^{2x}+4^x.3^x=3.3^{2x}$. Chia 2 vế cho $3^{2x}>0$, ta

có: $4\left(\frac{4}{3}\right)^{2x}+\left(\frac{4}{3}\right)^x-3=0$; Đặt $t=\left(\frac{4}{3}\right)^x$. ĐK: $t>0$; $4t^2+t-3=0\leftrightarrow t=-1(kth);t=\frac{3}{4}(th)$.

Khi $t=\frac{3}{4}$, ta có: $\left(\frac{4}{3}\right)^x=\frac{3}{4}=\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}\leftrightarrow x=-1$.

132/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x+y+\sqrt{x^2-y^2}=12\\ y\sqrt{x^2-y^2}=12\end{cases}$

Giải: Điều kiện: $|x|\ge|y|$

Đặt $\begin{cases}u=\sqrt{x^2-y^2};u\ge 0\\ v=x+y\end{cases}$; $x=-y$ không thỏa hệ nên xét $x\ne -y$ ta có $y=\frac{1}{2}\left(v-\frac{u^2}{v}\right)$.

Hệ phương trình đã cho có dạng: $\begin{cases}u+v=12\\ \frac{u}{2}\left(v-\frac{u^2}{v}\right)=12\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=4\\ v=8\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}u=3\\ v=9\end{cases}$

+ $\begin{cases}u=4\\ v=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2-y^2}=4\\ x+y=8\end{cases}$ **(I)** ; + $\begin{cases}u=3\\ v=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2-y^2}=3\\ x+y=9\end{cases}$ **(II)**

*Giải hệ (I), (II).*Sau đó hợp các kết quả lại, ta được tập nghiệm của hệ phương trình ban đầu là $S=\{(5;3),(5;4)\}$

133/ Giải phương trình: $log_{\frac{x}{2}}x^2-14log_{16x}x^3+40log_{4x}\sqrt{x}=0.$

Giải : phương trình $log_{\frac{x}{2}}x^2-14log_{16x}x^3+40log_{4x}\sqrt{x}=0.$

- Điều kiện: $x>0;x\ne 2;x\ne\frac{1}{4};x\ne\frac{1}{16}$. Dễ thấy x = 1 là một nghiệm của pt đã cho;Với $x\ne 1$. Đặt

$t=log_x 2$ và biến đổi phương trình về dạng $\frac{2}{1-t}-\frac{42}{4t+1}+\frac{20}{2t+1}=0$;Giải ra ta được

$t=\frac{1}{2};t=-2\Rightarrow x=4;x=\frac{1}{\sqrt{2}}$. Vậy pt có 3 nghiệm x =1; $x=4;x=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

134/ Giải phương trình $3.4^x+\frac{1}{3}.9^{x+2}=6.4^x-\frac{1}{4}.9^{x+1}$.

Giải: Biến đổi phương trình đã cho về dạng $3.2^{2x}+27.3^{2x}=6.2^{2x}-\frac{9}{4}.3^{2x}$ Từ đó ta thu được

$$\left(\frac{3}{2}\right)^x=\frac{2}{\sqrt{39}}\Leftrightarrow x=log_{\frac{3}{2}}\frac{2}{\sqrt{39}}$$

135/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases}|xy-18|=12-x^2\\ xy=9+\frac{1}{3}y^2\end{cases}$

Giải:

Hệ: $\begin{cases}|xy-18|=12-x^2\Rightarrow 12-x^2\ge 0\Rightarrow |x|\le 2\sqrt{3}\\ xy=9+\frac{1}{3}y^2\Rightarrow |x||y|\ge 2\sqrt{3}|y|\Rightarrow |x|\ge 2\sqrt{3}\end{cases}$ $;\Rightarrow |x|=2\sqrt{3}\Rightarrow xy=18;\Rightarrow x\in\{-2\sqrt{3};2\sqrt{3}\}$,

tương ứng y $\in\{-3\sqrt{3};3\sqrt{3}\}$;Thử lại, thoả mãn hệ đã cho

Vậy, $(x;y)\in\{(-2\sqrt{3};-3\sqrt{3}),(2\sqrt{3};3\sqrt{3})\}$

136/ Giải phương trình: $\log_3\left(4.16^x+12^x\right)=2x+1$.

Giải; PT $\leftrightarrow 4.16^x+12^x=3^{2x+1}\leftrightarrow 4.4^{2x}+4^x.3^x=3.3^{2x}$ .Chia 2 vế cho $3^{2x}>0$, ta có $4\left(\frac{4}{3}\right)^{2x}+\left(\frac{4}{3}\right)^x-3=0$

Đặt $t=\left(\frac{4}{3}\right)^x$. ĐK: $t>0$; $4t^2+t-3=0\leftrightarrow t=-1\,(ktm);t=\frac{3}{4}$ (tm). Khi $t=\frac{3}{4}$, ta có:

$$\left(\frac{4}{3}\right)^x=\frac{3}{4}=\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}\leftrightarrow x=-1.$$

137/ :1. Tìm m để ph- ơng trình sau có 2 nghiệm phân biệt : $10x^2+8x+4=m(2x+1).\sqrt{x^2+1}$.

2..Giải phương trình: $2^{\log_3 x+1}+2^{\log_3 x-2}=x$.

Giải: <u>Nhận xét</u> : $10x^2+8x+4=2(2x+1)^2+2(x^2+1)$

Ph- ơng trình t- ơng đ- ơng với : $2\left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}\right)^2-m\left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}\right)+2=0$. Đặt $\frac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}=t$ Điều kiện : *-2<* $t\le\sqrt{5}$. Rút *m* ta có: $m=\frac{2t^2+2}{t}$ *;*Lập bảng biến thiên của hàm số trên $\left(-2,\sqrt{5}\right]$ ta có kết quả của *m* để ph- ơng trình có hai nghiệm phân biệt là: $4<m\le\frac{12}{\sqrt{5}}$ *hoặc* $-5<m<-4$.

2.ĐK: $x>0$. Đặt $t=\log_3 x\leftrightarrow x=3^t$. Ta có: $2.2^t+\frac{1}{4}2^t=3^t\leftrightarrow\frac{9}{4}.2^t=3^t\leftrightarrow\left(\frac{2}{3}\right)^t=\frac{4}{9}=\left(\frac{2}{3}\right)^2$.

Khi t = 2 thì $\log_3 x = 2 \leftrightarrow x = 9$ (th) KL: nghiệm PT là $x = 9$.

138/ Giải bất phương trình : $x+1 \ge \sqrt{2\left(x^2-1\right)}$ (2) .

Giải:

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2\left(x^2-1\right) \ge 0 \\ x+1 \ge 0 \\ 2\left(x^2-1\right) \le (x+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le -1 \vee x \ge 1 \\ x \ge -1 \\ x^2-2x-3 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x \ge 1 \end{array}\right. \\ -1 \le x \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ 1 \le x \le 3 \end{array}\right.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình : $x = -1 \vee 1 \le x \le 3$.

139 / Giải hệ phương trình , khi a > 1 :

$$\begin{cases} \sqrt{x+a} + \sqrt{y+a} + \sqrt{z+a} = 3\sqrt{\dfrac{a^2+1}{a}} \\ \sqrt{a-x} + \sqrt{a-y} + \sqrt{a-z} = 3\sqrt{\dfrac{a^2-1}{a}} \end{cases}$$

Giải: Xét các véc tơ : $\vec{u} = \left(\sqrt{x+a}\ ;\ \sqrt{y+a}\ ;\ \sqrt{z+a}\right)$, $\vec{v} = (1\,;1\,;1)$

$$\Rightarrow \left(\vec{u}.\vec{v}\right)^2 \le \left|\vec{u}\right|^2.\left|\vec{v}\right|^2$$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{x+a} + \sqrt{y+a} + \sqrt{z+a}\right)^2 \le 3(3a+x+y+z) \quad (1)$$

Tương tự $\left(\sqrt{a-x} + \sqrt{a-y} + \sqrt{a-z}\right)^2 \le 3(3a-x-y-z) \quad (2)$

$$\Rightarrow \left(\sqrt{x+a} + \sqrt{y+a} + \sqrt{z+a}\right)^2 + \left(\sqrt{a-x} + \sqrt{a-y} + \sqrt{a-z}\right)^2 \le 18a$$

Mà cộng hai phương trình của hệ ta có :

$$\left(\sqrt{x+a} + \sqrt{y+a} + \sqrt{z+a}\right)^2 + \left(\sqrt{a-x} + \sqrt{a-y} + \sqrt{a-z}\right)^2 = 18a$$

Tức là dấu đẳng thức phải xảy ra trong các bất đẳng thức (1) và (2) , hay :

$$\begin{cases} \sqrt{x+a} = \sqrt{y+a} = \sqrt{z+a} = \sqrt{\dfrac{a^2+1}{a}} \\ \sqrt{a-x} = \sqrt{a-y} = \sqrt{a-z} = \sqrt{\dfrac{a^2-1}{a}} \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = \frac{1}{a}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm là : $x = y = z = \dfrac{1}{a}$.

140/ Giaûi heä phöông trình : $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=4 \\ x(x+y+1)+y(y+1)=2 \end{cases}$

Giải: (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+x+y=4 \\ x^2+y^2+x+y+xy=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+x+y=4 \\ xy=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x\ \ +y)^2+x+y=0 \\ xy=-2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=0 \text{ hay } x+y=-1 \\ xy=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=0 \text{ hay } x+y=-1 \\ xy=-2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-y \\ x^2=2 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x+y=-1 \\ x^2+x-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$ V $\begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$ V $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ V $\begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases}$

141/ Giaûi heä pt : $\begin{cases} \sqrt{2x+y+1}-\sqrt{x+y}=1 \\ 3x+2y=4 \end{cases} (I)$

Giải:

$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x+y+1}-\sqrt{x+y}=1 \\ (2x+y+1)+(x+y)=5 \end{cases}$

Ñaët $u=\sqrt{2x+y+1}\geq 0, v=\sqrt{x+y}\geq 0$;(I) thaønh $\begin{cases} u-v=1 \\ u^2+v^2=5 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} u_1=2 \Rightarrow v_1=1 \\ u_2=-1 \Rightarrow v_2=-2(\text{loaïi}) \end{array}\right.$

Vaäy $(I) \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x+y+1}=2 \\ \sqrt{x+y}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y+1=4 \\ x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

142/ Giaûi pt $\sqrt{3x-3}-\sqrt{5-x}=\sqrt{2x-4}\,(1)$

Giải:

1/ Giaûi pt $\sqrt{3x-3}-\sqrt{5-x}=\sqrt{2x-4}\,(1)$

Ñieàu kieän $\begin{cases} 3x-3\geq 0 \\ 5-x\geq 0 \Leftrightarrow 2\leq x\leq 5 \\ 2x-4\geq 0 \end{cases}$

(1) $\Leftrightarrow \sqrt{3x-3}=\sqrt{5-x}+\sqrt{2x-4}$ vaø $2\leq x\leq 5$

$\Leftrightarrow 3x-3=5-x+2x-4+2\sqrt{(5-x)(2x-4)}$ vaø $2\leq x\leq 5$

$\Leftrightarrow x-2=\sqrt{(5-x)(2x-4)}$ vaø $2\leq x\leq 5$

$\Leftrightarrow x-2=0$ hay[$\sqrt{x-2}=\sqrt{(5-x)2}$ vaø $2<x\leq 5$]

$\Leftrightarrow x=2$ hay [$x-2=2(5-x)$ vaø $2<x\leq 5$]

$\Leftrightarrow x=2$ hay $x=4$

143/ Giaûi baát phöông trình $\sqrt{8x^2-6x+1}-4x+1\leq 0$ (1)

Giải: (1) $\Leftrightarrow \sqrt{8x^2-6x+1}\leq 4x-1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x^2-6x+1\ge 0\\ 4x-1\ge 0\\ 8x^2-6x+1\le (4x-1)^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\le \frac{1}{4} V x\ge \frac{1}{2}\\ x\ge \frac{1}{4}\\ 8x^2-2x\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{4} V x\ge \frac{1}{2}\\ x\le 0 \text{ hay } x\ge \frac{1}{4}\end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{1}{4} \text{ hay } x\ge \frac{1}{2}$$

144/ Giaûi bpt $\sqrt{2x+7}-\sqrt{5-x}\ge\sqrt{3x-2}$ (1)

Giải: bpt $\sqrt{2x+7}-\sqrt{5-x}\ge\sqrt{3x-2}$ (1)

Ñieàu kieän $\begin{cases} 2x+7\ge 0\\ 5-x\ge 0\\ 3x-2\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{3}\le x\le 5$

(1) $\Leftrightarrow \sqrt{2x+7}\ge\sqrt{3x-2}+\sqrt{5-x}$ vaø $\frac{2}{3}\le x\le 5$

$\Leftrightarrow 2x+7\ge 3x-2+5-x+2\sqrt{(3x-2)(5-x)}$ vaø $\frac{2}{3}\le x\le 5$

$\Leftrightarrow 2\ge\sqrt{(3x-2)(5-x)}$ vaø $\frac{2}{3}\le x\le 5 \Leftrightarrow 3x^2-17x+14\ge 0$ vaø $\frac{2}{3}\le x\le 5$

$\Leftrightarrow (x\le 1$ hay $\frac{14}{3}\le x)$ vaø $\frac{2}{3}\le x\le 5 \Leftrightarrow \frac{2}{3}\le x\le 1$ hay $\frac{14}{3}\le x\le 5$

145/ Tìm m ñeå heä phöông trình sau coù nghieäm:

$$\begin{cases} 7^{2x+\sqrt{x+1}}-7^{2+\sqrt{x+1}}+2005x\le 2005 \ (1)\\ x^2-(m+2)x+2m+3\ge 0 \ (2)\end{cases}$$

Giải: Ñieàu kieän laø $x\ge -1$.Ta coù $7^{2x+\sqrt{x+1}}-7^{2+\sqrt{x+1}}\le 0, \forall x\in[-1;1]$

Ta coù: (1) $\Leftrightarrow 7^{\sqrt{x+1}}\left(7^{2x}-7^2\right)\le 2005(1-x)$: ñuùng $\forall x\in[-1;1]$ vaø sai khi x > 1Do ñoù (1) $\Leftrightarrow$ $-1\le x\le 1$. Vaäy, heä bpt coù nghieäm $\Leftrightarrow f(x)=x^2-(m+2)x+2m+3\ge 0$ coù nghieäm $\in[-1,1]$

$\Leftrightarrow \underset{x\in[-1;1]}{Max} f(x)\ge 0 \Leftrightarrow \max\{f(-1),f(1)\}\ge 0$

$\Leftrightarrow \max\{3m+6, m+2\}\ge 0 \Leftrightarrow 3m+6\ge 0$ hay $m+2\ge 0 \Leftrightarrow m\ge -2$

146/ Giaûi baát phöông trình $9^{x^2-2x}-2\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-x^2}\le 3$ (1)

Giải: Ta coù (1) $\Leftrightarrow 9^{x^2-2x}-2.3^{x^2-2x}\le 3$. Ñaët $t=3^{x^2-2x}>0$, (1) thaønh

$t^2-2t-3\le 0 \Leftrightarrow -1\le t\le 3$. Do ñoù, (1) $\Leftrightarrow -1\le 3^{x^2-2x}\le 3 \Leftrightarrow 0<3^{x^2-2x}\le 3^1$

$$\Leftrightarrow x^2-2x\le 1 \Leftrightarrow x^2-2x-1\le 0 \Leftrightarrow 1-\sqrt{2}\le x\le 1+\sqrt{2}$$

147 /Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases}(2x+1)[\ln(x+1)-\ln x]=(2y+1)[\ln(y+1)-\ln y] & (1)\\ \sqrt{y-1}-2\sqrt[4]{(y+1)(x-1)}+m\sqrt{x+1}=0 & (2)\end{cases}$$

Giải: Đặt $f(x) = (2x+1)[\ln(x+1)-\ln x] = (2x+1)\ln\dfrac{x+1}{x}$ TXĐ: D = $[0;+\infty)$

Gọi $x_1; x_2 \in [0;+\infty)$ với $x_1 > x_2$

Ta có : $\left.\begin{matrix}2x_1+1>2x_2+1>0\\ \ln\dfrac{x_1+1}{x_1}>\ln\dfrac{x_2+1}{x_2}>0\end{matrix}\right\}\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$: *f(x)* là hàm số tăng

Từ phương trình (1) $\Rightarrow$ x = y

(2) $\Rightarrow \sqrt{x-1}-2\sqrt[4]{(x-1)(x+1)}+m\sqrt{x+1}=0 \Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}-2\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+1}}+m=0$

Đặt X = $\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+1}} \Rightarrow 0\le X<1$

Vậy hệ có nghiêm khi phương trình: $X^2-2X+m=0$ có nghiệm $0\le X<1$

Đặt $f(X) = X^2-2X \Rightarrow f'(X)=2X-2$ $\Rightarrow$ hệ có nghiệm $\Leftrightarrow$ $-1<m\le 0$

149/ 1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{x^2+y^2+1}{x+y+2}=2\\ (xy-x-y+1)(x+y-2)=6\end{cases}$ ($x, y\in R$)

2) Tìm m thực để phương trình sau có nghiệm thực trong đoạn $\left[\dfrac{5}{2};4\right]$:

$$(m-1).\log_{1/2}^2(x-2)^2+4(m-5)\log_{1/2}\frac{1}{x-2}+4m-4=0$$

Giải: 1. Hệ $\Leftrightarrow\begin{cases}(x-1)^2+(y-1)^2=5\\(x-1)(y-1)[(x-1)+(y-1)]=6\end{cases}$. Đặt $\begin{cases}u=x-1\\v=y-1\end{cases}$, thu được hệ $\begin{cases}u^2+v^2=5\\uv(u+v)=6\end{cases}$

Giải ra được: $\begin{cases}u+v=3\\u.v=2\end{cases}$; * Giải ra được: $\begin{cases}u=x-1=1\\v=y-1=2\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}u=x-1=2\\v=y-1=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$

2 / PT $\Leftrightarrow (m-1).\log_{1/2}^2(x-2)-(m-5)\log_{1/2}(x-2)+m-1=0$

*Đặt $t=\log_{1/2}(x-2), x\in\left[\dfrac{5}{2};4\right]\Rightarrow t\in[-1;1]$;

Thu được pt: $m = f(t) = \dfrac{t^2-5t+1}{t^2-t+1}$; $f'(t) = \dfrac{4t^2-4}{(t^2-t+1)^2}$; $f'(t)=0 \Leftrightarrow t=\pm 1$ Lập BBT của f(t) trên đoạn $[-1;1]$, thấy f(t) liên tục và NB trên đoạn $[-1;1]$, nên $m \in \left[-3;\dfrac{7}{3}\right]$ thỏa mãn đề bài.

150/ Tìm m để ph- ơng trình sau có 2 nghiệm phân biệt :

$$10x^2+8x+4 = m(2x+1).\sqrt{x^2+1}.$$

Giải: $10x^2+8x+4 = 2(2x+1)^2+2(x^2+1)$

Ph- ơng trình t- ơng đ- ơng với : $2\left(\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}\right)^2 - m\left(\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}\right)+2=0$.

Đặt $\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}} = t$ Điều kiện : $-2 < t \le \sqrt{5}$. Rút m ta có: $m = \dfrac{2t^2+2}{t}$

Lập bảng biến thiên của hàm số trên $\left(-2,\sqrt{5}\right]$, ta có kết quả của m để ph- ơng trình có hai nghiệm phân biệt là: $4 < m \le \dfrac{12}{\sqrt{5}}$ *hoặc* $-5 < m < -4$

151/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_2 x + \log_{xy} 16 = 4 - \dfrac{1}{\log_y 2} \\ 4x^4+8x^2+xy = 16x^2\sqrt{4x+y} \end{cases}$

Giải: ÑK: $x>0, y>0, xy\neq 1, y \neq 1$

+) Töø PT (1) ta coù: xy = 4 ; +) Theá vaøo (2) ta coù: $x^2 - 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = 2\pm\sqrt{3}$

+) KL : Heä coù caùc nghieäm laø : $\left(2+\sqrt{3};\dfrac{4}{2+\sqrt{3}}\right);\left(2-\sqrt{3};\dfrac{4}{2-\sqrt{3}}\right)$

152/ Tìm m để phương trình sau có nghiệm: $\sqrt{x+1+6\sqrt{x-8}}+\sqrt{x+1-6\sqrt{x-8}} = \dfrac{x+m}{6}$

Giải:+) ÑK: $x \ge 8$

+) PT $\Leftrightarrow \left|\sqrt{x-8}+3\right| + \left|\sqrt{x-8}-3\right| = \dfrac{x+m}{6}$; +) Neáu $x \ge 17$, ta coù PT trôû thaønh :

$12\sqrt{x+8} - x = m$. PT coù nghieäm $x \ge 17 \Leftrightarrow 77 \le m \le 100$

+) Neáu $8 \le x < 17$, ta coù PT trôû thaønh : 36 – x = m. PT coù nghieäm $\Leftrightarrow 19 < m \le 28$

KL: $77 \le m \le 100$ hoaëc $19 < m \le 28$

153/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+y^2+xy+1 = 4y \\ y(x+y)^2 = 2x^2+7y+2 \end{cases}$, $(x, y \in \mathbb{R})$.

Giải: $y \neq 0$, ta có: $\begin{cases} x^2+y^2+xy+1=4y \\ y(x+y)^2=2x^2+7y+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2+1}{y}+x+y=4 \\ (x+y)^2-2\dfrac{x^2+1}{y}=7 \end{cases}$. Đặt $u=\dfrac{x^2+1}{y}, v=x+y$ ta có hệ:

$\begin{cases} u+v=4 \\ v^2-2u=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=4-v \\ v^2+2v-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v=3, u=1 \\ v=-5, u=9 \end{array}\right.$

Với $v=3, u=1$ ta có hệ: $\begin{cases} x^2+1=y \\ x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1=y \\ y=3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-2=0 \\ y=3-x \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1, y=2 \\ x=-2, y=5 \end{array}\right.$.

Với $v=-5, u=9$ ta có hệ: $\begin{cases} x^2+1=9y \\ x+y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1=9y \\ y=-5-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+9x+46=0 \\ y=-5-x \end{cases}$, hệ này vô nghiệm.

KL: Vậy hệ đã cho có hai nghiệm: $(x;y)=\{(1;2),(-2;5)\}$.

154/ Giải hệ phương trình : $\begin{cases} 2\log_{1-x}(-xy-2x+y+2)+\log_{2+y}(x^2-2x+1)=6 \\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4) \qquad\qquad\qquad =1 \end{cases}$, $(x,y\in\mathbb{R})$.

Giải:+ Điều kiện:

$\begin{cases} -xy-2x+y+2>0, x^2-2x+1>0, y+5>0, x+4>0 \\ 0<1-x\neq 1, 0<2+y\neq 1 \end{cases} (I)$.

$(I)\Leftrightarrow \begin{cases} 2\log_{1-x}[(1-x)(y+2)]+2\log_{2+y}(1-x)=6 \\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4) \qquad =1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{1-x}(y+2)+\log_{2+y}(1-x)-2=0\ (1) \\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4) \quad =1\ (2). \end{cases}$

Đặt $\log_{2+y}(1-x)=t$ thì (1) trở thành: $t+\dfrac{1}{t}-2=0 \Leftrightarrow (t-1)^2=0 \Leftrightarrow t=1$.

Với $t=1$ ta có: $1-x=y+2 \Leftrightarrow y=-x-1\ (3)$. Thế vào (2) ta có:

$\log_{1-x}(-x+4)-\log_{1-x}(x+4) \quad =1 \Leftrightarrow \log_{1-x}\dfrac{-x+4}{x+4}=1 \Leftrightarrow \dfrac{-x+4}{x+4}=1-x \Leftrightarrow x^2+2x=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$. Suy ra: $\left[\begin{array}{l} y=-1 \\ y=1 \end{array}\right.$.Kiểm tra thấy chỉ có $x=-2, y=1$ thoả mãn điều kiện trên.

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $x=-2, y=1$.

155/ **.**Giải phương trình: $8 - x.2^x + 2^{3-x} - x = 0$

Giải:Giải phương trình: $8 - x.2^x + 2^{3-x} - x = 0$, $\Leftrightarrow$ $8 - x.2^x - \dfrac{8}{2^x} - x = 0$ $\Leftrightarrow$ $8(1+\dfrac{1}{2^x}) - x(2^x+1) = 0$

$\dfrac{8}{2^x}(2^x+1)-x(2^x+1)=0 \quad \Leftrightarrow \quad (2^x+1)(\dfrac{8}{2^x}-x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{8}{2^x}=x$

Vế trái nghịch biến, vế phải đồng biến $\Rightarrow$ phương trình có nghiệm duy nhất x=2

156/ 1) Giải phương trình $\sqrt{x-5}+\sqrt{x}+\sqrt{x+7}+\sqrt{x+16}=14$.

2)Tìm m để ptrình sau đây có đúng 2 nghiệm: $\sqrt{(x^2-2x+2)^3}-4\sqrt{x^2-2x+2}=2x^2-4x+m$.

Giải: 1.TXĐ: $x\geq 5$; x= 5 không là nghiệm

Đặt y = $\sqrt{x-5}+\sqrt{x}+\sqrt{x+7}\sqrt{x+16}-14$ => y' = $\dfrac{1}{2\sqrt{x-5}}+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{2\sqrt{x+7}}+\dfrac{1}{2\sqrt{x+16}}>0$

Hàm số đồng biến $\Rightarrow$ phương trình y=0 có 1 nghiệm duy nhất. Ta có y(9) = 14 $\Leftrightarrow$ x= 9

2. Đặt t= $\sqrt{x^2-2x+2}=\sqrt{(x-1)^2+1}\ge 1$ $\Leftrightarrow \begin{cases} f(t)=t^3-2t^2-4t+4=m \\ t\ge 1 \end{cases}$

$f'(t) = 3t^2 - 4t - 4 = 0 \Leftrightarrow t_1 = -2/3;\quad t_2 = 2$

BBT

t	-2/3	1		2		$+\infty$
$f'(t)$	0		-	0	+	
f(t)		1/2	↘	-4	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên $\left[\begin{array}{l} m \succ \dfrac{1}{2} \\ m=-4 \end{array}\right.$

157/ Giải bất phương trình: $\log_2(\sqrt{3x+1}+6)-1\ge \log_2(7-\sqrt{10-x})$

Giải: Điều kiện: $-\dfrac{1}{3}\le x\le 10$

BPT $\Leftrightarrow$ $\log_2\dfrac{\sqrt{3x+1}+6}{2}\ge \log_2(7-\sqrt{10-x})$ $\Rightarrow \dfrac{\sqrt{3x+1}+6}{2}\ge 7-\sqrt{10-x}$

$\Rightarrow$ $\sqrt{3x+1}+6\ge 2(7-\sqrt{10-x})$ $\Rightarrow$ $\sqrt{3x+1}+2\sqrt{10-x}\ge 8$ $\Rightarrow$ $49x^2 - 418x + 369 \le 0$

$\Rightarrow 1 \le x \le \dfrac{369}{49}$ (thoả)

158/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_y\sqrt{xy}=\log_x y \\ 2^x+2^y \quad =3 \end{cases}$

Giải:Điều kiện: x > 0 và x ≠ 1 và y > 0 và y ≠ 1

Ta có $\log_y\sqrt{xy}=\log_x y$ $\Rightarrow$ $\log_y^2 x+\log_y x-2=0$ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \log_y x=1 \\ \log_y x=-2 \end{array}\right.$ $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=y \\ x=\dfrac{1}{y^2} \end{array}\right.$

- Với x = y $\Rightarrow$ x = y = $\log_2 3-1$
- Với x = $\dfrac{1}{y^2}$ ta có: $2^{\frac{1}{y^2}}+2^y=3$ theo bất đẳng thức Cô-si suy ra PT vô nghiệm

159/ .Giải bất phương trình: $\sqrt{2x+10}\ge\sqrt{5x+10}-\sqrt{x-2}$

Giải: *Điều kiện: $x\ge 2$; $(1)\Leftrightarrow\sqrt{2x+10}+\sqrt{x-2}\ge\sqrt{5x+10}$ $\Leftrightarrow\sqrt{2x^2+6x-20}\ge x+1(2)$

Khi $x\ge 2$ => x+1>0 bình phương 2 vế phương trình (2)

(2) $\Leftrightarrow 2x^2+6x-20\ge x^2+2x+1$ $\Leftrightarrow x^2+4x-11\ge 0$ $\Leftrightarrow x\in(-\infty;-7]\cup[3;+\infty)$

Kết hợp điều kiện vậy nghiệm của bất phương trình là: $x\ge 3$

160/ 1) Tìm các giá trị của tham số *m* để phương trình: $m\sqrt{x^2-2x+2}=x+2$ có 2 nghiệm phân biệt.

2) Giải phương trình: $\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x+1}-\log_{\frac{1}{2}}(3-x)-\log_8(x-1)^3=0$.

Giải: Ta có: $x^2-2x+2\ge 1$ nên $m\sqrt{x^2-2x+2}=x+2 \Leftrightarrow m=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-2x+2}}$

Xét $f(x)=\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2-2x+2}}$, ta có:

$f'(x)=\dfrac{4-3x}{\left(x^2-2x+2\right)\sqrt{x^2-2x+2}}$ $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{4}{3}$; $f\left(\dfrac{4}{3}\right)=\sqrt{10}$; $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$; $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$

Bảng biến thiên:

x	- ∞		$\frac{4}{3}$		+ ∞
y’		-	0	+	
y		↗	$\sqrt{10}$	↘	
	-1				1

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $1<m<\sqrt{10}$

161/ $\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x+1}-\log_{\frac{1}{2}}(3-x)-\log_8(x-1)^3=0$

Giải:

$$\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x+1}-\log_{\frac{1}{2}}(3-x)-\log_8(x-1)^3=0 \Leftrightarrow \begin{cases}\log_2(x+1)+\log_2(3-x)-\log_2(x-1)=0\\ 1<x<3\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}(x+1)(3-x)=x-1\\ 1<x<3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^2-x-4=0\\ 1<x<3\end{cases} \Leftrightarrow x=\frac{1+\sqrt{17}}{2}$$

162/ Giải hệ phương trình $\begin{cases}x^2y+2x^2+3y-15=0\\ x^4+y^2-2x^2-4y-5=0\end{cases}$

Giải: Hệ pt $\Leftrightarrow \begin{cases}(x^2-1)(y-2)+4(x^2-1)+4(y-2)=5\\ (x^2-1)^2+(y-2)^2=10\end{cases}$. Đặt $\begin{cases}u=x^2-1\\ v=y-2\end{cases}$

Ta có hpt $\begin{cases} u^2+v^2=10 \\ uv+4(u+v)=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u+v)^2-2uv=10 \\ uv+4(u+v)=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=-10 \\ uv=45 \end{cases}$ (vô nghiệm) hoặc

$\begin{cases} u+v=2 \\ uv=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=3 \\ v=-1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u=-1 \\ v=3 \end{cases}$ +) $\begin{cases} u=3 \\ v=-1 \end{cases}$ Tìm được 2 nghiệm $(x;y)=(2;1)$ và

$(x;y)=(-2;1)$ +) $\begin{cases} u=-1 \\ v=3 \end{cases}$ Tìm được nghiệm $(x;y)=(0;5)$

Kết luận: Hệ phương trình có 3 nghiệm: (2;1), (-2;1), (0;5)

163/ **:** 1. Giải phương trình: $\log(10.5^x+15.20^x)=x+\log 25$.

2. Giải bất phương trình $1+\log_2 x+\log_2(x+2)>\log_{\sqrt{2}}(6-x)$

Giải: 1. PT $\Leftrightarrow \log\left(10.5^x+15.20^x\right)=\log\left(25.10^x\right) \Leftrightarrow 10.5^x+15.20^x=25.10^x$

$\Leftrightarrow 15.4^x-25.2^x+10=0$ (chia hai vế của phương trình cho 5^x) Đặt $t=2^x (t>0)$, Ta có pt :

$15t^2 - 25t + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 (tm) \\ t=\frac{2}{3}(tm) \end{array}\right.$ Với $t=1 \Rightarrow 2^x=1 \Leftrightarrow x=0$

Với $t=\frac{2}{3} \Rightarrow 2^x=\frac{2}{3} \Leftrightarrow x=\log_2\left(\frac{2}{3}\right)$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x=0$ và $x=\log_2\left(\frac{2}{3}\right)$.

2. Đk: $0<x<6$. BPT $\Leftrightarrow \log_2(2x^2+4x)>\log_2(6-x)^2$ BPT

$\Leftrightarrow 2x^2+4x>(6-x)^2 \Leftrightarrow x^2+16x-36>0$ $\Leftrightarrow x<-18$ hoặc $x>2$ .Kết hợp đk ta có tập nghiệm BPT là S =(2; 6)

164/ Giải bất phương trình : $\frac{x-3}{3\sqrt{x+1}+x+3}>\frac{2\sqrt{9-x}}{x}$

Giải: $\frac{x-3}{3\sqrt{x+1}+x+3}>\frac{2\sqrt{9-x}}{x}$.

ĐK: $-1 \le x \le 9$ và $x \ne 0$

Bpt $\Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x+1}-2)(\sqrt{x+1}+2)}{(\sqrt{x+1}+2)(\sqrt{x+1}+1)}>\frac{2\sqrt{9-x}}{(\sqrt{x+1}+1)(\sqrt{x+1}-1)} \Leftrightarrow \sqrt{x+1}-2>\frac{2\sqrt{9-x}}{\sqrt{x+1}-1}$

TH1: $\sqrt{x+1}-1>0 \Leftrightarrow x>0$; Bpt $\Leftrightarrow x+3-3\sqrt{x+1}>2\sqrt{9-x}$

$\Leftrightarrow (x-8)+(9-3\sqrt{x-1})+(2-2\sqrt{9-x})>0$ $\Leftrightarrow (x-8)(1-\frac{9}{9+3\sqrt{x+1}}+\frac{8}{2+2\sqrt{9-x}})>0$

$\Leftrightarrow x>8$

Kết hợp đk : $8 < x \le 9$

TH2: $\sqrt{x+1}-1<0 \Leftrightarrow x<0$; Bpt $\Leftrightarrow x+3-3\sqrt{x+1}<2\sqrt{9-x} \Leftrightarrow x<8$; Kết hợp đk: $-1 \le x < 0$

Vậy tập nghiệm của bpt S = [-1; 0)∪ (8; 9]

165/ Giải phương trình $\log_9(x+1)^2+\log_{\sqrt{3}}2=\log_{\sqrt{3}}\sqrt{4-x}+\log_{27}(x+4)^3$

Giải: $\log_9(x+1)^2+\log_{\sqrt{3}}2=\log_{\sqrt{3}}\sqrt{4-x}+\log_{27}(x+4)^3$ (1)

Đ K: $\begin{cases}-4<x<4\\ x\neq -1\end{cases}$

(1) $\Leftrightarrow$ $\log_3(x+1)+\log_3 4=\log_3(4-x)+\log_3(x+4)$

$\Leftrightarrow$ $\log_3 4|x+1|=\log_3(16-x^2)$ $\Leftrightarrow$ $4|x+1|=16-x^2$;

Giải ph- ơng trình tìm đ- ợc x = 2 hoặc x = 2 - $\sqrt{24}$

166/ 1) Giải phương trình: $x^3-\sqrt[3]{x+2\ln x}-\frac{2}{3}\ln\left(x+2\ln x\right)=0$

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(3x+y)(x+3y)\sqrt{xy}=14\\ (x+y)\left(x^2+14xy+y^2\right)=36\end{cases}$

Giải: 1. Đặt $y=\sqrt[3]{x+2\ln x}>0$ Đưa về hệ PT đối xứng. PT có nghiệm duy nhất $x=1$.

2. Đưa về PT đẳng cấp (*bậc 3*) bằng cách đặt ẩn phụ $u=x+y;\ v=\sqrt{xy}\geq 0$.

167/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+y^2+\dfrac{2xy}{x+y}=1\\ \sqrt{x+y}=x^2-y\end{cases}$

Giải: Điều kiện x+ y >0

$\begin{cases}(x+y)^2-1-2xy+\dfrac{2xy}{x+y}=0\\ \sqrt{x+y}=x^2-y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+y-1)(x+y+1-\dfrac{2xy}{x+y})=0\\ \sqrt{x+y}=x^2-y\end{cases}$

$\begin{cases}(x+y-1)(x+y+1)=0\\ \sqrt{x+y}=x^2-y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=1\\ x^2-y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ y=0\end{cases}h\begin{cases}x=-2\\ y=3\end{cases}$

168/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2+y^2+\dfrac{2xy}{x+y}=1\\ x^2+2y+2+\sqrt{x+y}=\sqrt{4x+3y}+\sqrt{4x+5y}.\end{cases}$

Giải: $\begin{cases}x^2+y^2+\dfrac{2xy}{x+y}=1(1)\\ x^2+2y+2+\sqrt{x+y}=\sqrt{4x+3y}+\sqrt{4x+5y}(2).\end{cases}$

Điều kiện: x +y>0, 4x +3y$\geq$0, 4x +5y $\geq$0.

$(1)\Leftrightarrow(x+y)^2-1+\dfrac{2xy}{x+y}-2xy=0\ \Leftrightarrow(x+y-1)\left(x+y+1-\dfrac{2xy}{x+y}\right)=0$

$\Leftrightarrow (x+y-1)\left(\dfrac{x^2+y^2+x+y}{x+y}\right)=0 \Leftrightarrow x+y-1=0$ (do $\dfrac{x^2+y^2+x+y}{x+y}>0$).

Với $y+x=1 \leftrightarrow$ y =1 -x thay vào (2) ta được $4+(x-1)^2=\sqrt{3+x}+\sqrt{5-x}$ (*)

Ta thấy vế trái (*) $4+(x-1)^2 \ge 4$ dấu "=" khi x =1.

Ta thấy vế phải (*) $\sqrt{3+x}+\sqrt{5-x} \le \sqrt{(1+1)[(3+x)+(5-x)]}=4$ (Bunhiacopski) dấu "=" khi x =1. (*)

$\leftrightarrow$ x =1 $\rightarrow$ y =0. Ta thấy (x;y) = (1;0) thỏa mãn đk.

Vậy hệ phương trình có một nghiệm duy nhất (x;y) = (1;0)

169/ 1. Giải phương trình: $3^{x^2+2}.\log_2(x^2-x+2)-3^{2|x-2|+x}=3^{2|x-2|+x}.\log_2|x-2|$.

2. Giải phương trình: $\log_3\left(3^x+2\right)+\log_3\left(3^{x-1}+1\right)=\log_3\left(2.9^x+3^x+9\right)-1$.

Giải:1. Điều kiện x ≠2

Phương trình tương đương với $3^{x^2-x+2}.\log(x^2-x+2)=3^{2|x-2|}+3^{2|x-2|}.\log|x-2|$

$\leftrightarrow 3^{x^2-x+2}.\log_2(x^2-x+2)=3^{2|x-2|}.\log_2(2|x-2|)$ (*)

Vì $x^2-x+2>1$ nên vế trái dương vậy vế phải dương $\rightarrow |x-2|>1$

Xét hàm số $f(t)=3^t.\log_2 t$ với t >1, $f'(t)=3^t.\ln 3.\log_2 t+\dfrac{3^t}{t.\ln 2}>0 \forall t>1$. Vậy f(t) đồng biến trên (1; +∞)

Từ (*) ta có $f(x^2-x+2)=f(2|x-2|) \leftrightarrow x^2-x+2=2|x-2|$

$$\leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-x+2=2x-4 \\ x^2-x+2=-2x+4(2) \end{array}\right. \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-3x+6=0(1) \\ x^2+x-2=0(2) \end{array}\right.$$

pt(1) vô nghiệm, pt(2) có nghiệm x =1 và x = -2 tm điều kiện

Vậy nghiệm của phương trình là: $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

2. Phương trình tương đương với $\log_3\left[\left(3^x+2\right)\left(3^x+3\right)\right]=\log_3\left(2.9^x+3^x+9\right)$

$\leftrightarrow \left(3^x+2\right)\left(3^x+3\right)=\left(2.9^x+3^x+9\right) \leftrightarrow 9^x-4.3^x+3=0$ (*). Đặt $t=3^x, t>0$. (*)

$\leftrightarrow t^2-4t+3=0 \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=2 \end{array}\right.$ (thỏa mãn đk t>0) ; Với t =1 $\leftrightarrow 3^x=1 \leftrightarrow x=0$.

Với t =3 $\leftrightarrow 3^x=3 \leftrightarrow x=1$. Vậy phương trình có 2 nghiệm x =0 hoặc x =1.

170/ Giaûi heä phöông trình : $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=4 \\ x(x+y+1)+y(y+1)=2 \end{cases}$

Giải: Giaûi heä phöông trình : (I) $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=4 \\ x(x+y+1)+y(y+1)=2 \end{cases}$

(I) $\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2+x+y=4 \\ x^2+y^2+x+y+xy=2 \Rightarrow xy=-2 \end{cases}$

Đặt $S=x+y; P=xy(S^2\geq 4P)\Rightarrow S^2=x^2+y^2+2xy\Rightarrow x^2+y^2=S^2-2P$

Vaäy $(I)\Leftrightarrow\begin{cases}S^2-2P+S=4\\S^2-P+S=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}P=-2\\\left[\begin{array}{l}S=0\\S=-1\end{array}\right.\end{cases}$

$TH_1:\begin{cases}x+y=0\\xy=-2\end{cases}$ vaäy x, y laø nghieäm cuûa phöông trình $X^2+0X-2=0$

Vaäy heä coù 2 nghieäm $\begin{cases}x=\sqrt{2}\\x=-\sqrt{2}\end{cases}$ hay $\begin{cases}x=-\sqrt{2}\\y=\sqrt{2}\end{cases}$

$TH_2:\begin{cases}x+y=-1\\xy=-2\end{cases}$ vaäy x,y laø nghieäm cuûa phöông trình $X^2+X-2=0$

$\Rightarrow X=1 \text{hay} X=-2$. Vaäy heä coù 2 nghieäm $\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$ V $\begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases}$

Toùm laïi heä Pt (I) coù 4 nghieäm $\begin{cases}x=\sqrt{2}\\y=-\sqrt{2}\end{cases}$ V $\begin{cases}x=-\sqrt{2}\\y=\sqrt{2}\end{cases}$ V $\begin{cases}x=1\\y=-2\end{cases}$ V $\begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases}$

171/ 1. Giải phương trình $2(\sqrt{2x-3}+\sqrt{x+1})=x-4$

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases}2\sqrt{x^2+5}=2\sqrt{y-1}+y^2\\2\sqrt{y^2+5}=2\sqrt{x-1}+x^2\end{cases}$

Giải: 1. $2(\sqrt{2x-3}+\sqrt{x+1})=x-4$ (1) - Điều kiện: $x\geq\frac{3}{2}$.

- Nhận thấy x = 4 không là nghiệm của PT. Với $x\neq 4\Rightarrow\sqrt{2x-3}-\sqrt{x+1}\neq 0$.

PT $\Rightarrow 2(\sqrt{2x-3}+\sqrt{x+1})(\sqrt{2x-3}-\sqrt{x+1})=(x-4)(\sqrt{2x-3}-\sqrt{x+1})$

$\Leftrightarrow 2(x-4)=(\sqrt{2x-3}-\sqrt{x+1})(x-4)$

$\Leftrightarrow\sqrt{2x-3}-\sqrt{x+1}=2.$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra

$$\begin{cases}\sqrt{2x-3}=\frac{x}{4}\\\sqrt{x+1}=\frac{x-8}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 8\\x^2-32x+48=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 8\\x=16\pm\sqrt{208}\end{cases}\Leftrightarrow x=16+\sqrt{208}\ (t/m)$$

Vậy PT có 1 nghiệm $x=16+\sqrt{208}.$

2.Giải hệ $\begin{cases}2\sqrt{x^2+5}=2\sqrt{y-1}+y^2 & (1)\\2\sqrt{y^2+5}=2\sqrt{x-1}+x^2 & (2)\end{cases}$

- Điều kiện: $x, y \geq 1$. Nhận thấy x = y = 1 không là nghiệm của hệ $\Rightarrow \sqrt{x-1}+\sqrt{y-1} \neq 0.$

Hệ $\Rightarrow 2(\sqrt{x^2+5}-\sqrt{y^2+5}) = 2(\sqrt{y-1}-\sqrt{x-1})+(y^2-x^2)$

$$\Leftrightarrow \frac{2(x^2-y^2)}{\sqrt{x^2+5}+\sqrt{y^2+5}} = \frac{2(y-x)}{\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}}+(y^2-x^2)$$

$$\Leftrightarrow (x-y)\left(\frac{2}{\sqrt{x^2+5}+\sqrt{y^2+5}}+\frac{2}{\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}}+x+y\right)=0 \Leftrightarrow x=y$$

- Thế vào (1) được: $2\sqrt{x^2+5} = 2\sqrt{x-1}+x^2$

$$\Leftrightarrow 2(\sqrt{x^2+5}-3)-2(\sqrt{x-1}-1)-(x^2-4)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(x^2-4)}{\sqrt{x^2+5}+3}-\frac{2(x-2)}{\sqrt{x-1}+1}-(x^2-4)=0$$

$$\Leftrightarrow (x-2)\left(\frac{2(x+2)}{\sqrt{x^2+5}+3}-(x+2)-\frac{2}{\sqrt{x-1}+1}\right)=0 \quad (3)$$

- Vì $x \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x^2+5}+3 > 2 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x^2+5}+3} < 1 \Rightarrow \frac{2(x+2)}{\sqrt{x^2+5}+3} < (x+2)$

$$\Rightarrow \frac{2(x+2)}{\sqrt{x^2+5}+3}-(x+2)-\frac{2}{\sqrt{x-1}+1} < 0 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow x=2.$$

Vậy hệ có 1 nghiệm (2; 2).

172/ Giải phương trình: $\log^2_2 8x^3 - 9\log_2 4x^2 - 36\log_4 2x = 0$

Giải: Giải phương trình: $\log^2_2 8x^3 - 9\log_2 4x^2 - 36\log_4 2x = 0$(1) Điều kiện $x > 0$

$(1) \Leftrightarrow (3+3\log_2 x)^2 - 9(2+2\log_2 x) - 18(1+\log_2 x) = 0$

$\Leftrightarrow 9\log_2{}^2 x - 18\log_2 x - 27 = 0 \quad \Leftrightarrow \log_2 x = -1$ hoặc $\log_2 x = 3 \quad \Leftrightarrow x = 1/2$ hoặc $x=8$

173 / Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3-y^3=9 \\ x^2+2y^2=x-4y \end{cases}$

Giải: Giải hệ $\begin{cases} x^3-y^3=9 \\ x^2+2y^2=x-4y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3=y^3+9 \\ 3x^2-3x=-6y^2-12y \end{cases}$

$\Rightarrow x^3 - 3x^2 + 3x = y^3 + 6y^2 + 12y + 9 \Leftrightarrow (x-1)^3 = (y+2)^3 \Rightarrow x = y+3$

Vậy hệ đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} x^3=y^3+9 \\ x=y+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases}$

174/ 1) Giải phương trình : $8^x+1=2\sqrt[3]{2^{x+1}-1}$

2) Giải bất phương trình: $\left(\sqrt{x+3}-\sqrt{x-1}\right)\left(1+\sqrt{x^2+2x-3}\right) \geq 4$

Giải: 1/ Giải phương trình: $8^x+1=2\sqrt[3]{2^{x+1}-1}$. Đặt $2^x=u>0; \sqrt[3]{2^{x+1}-1}=v$.

PT $\Leftrightarrow$

$$\begin{cases} u^3+1=2v \\ v^3+1=2u \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^3+1=2v \\ (u-v)(u^2+uv+v^2+2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=v>0 \\ u^3-2u+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} u=1 \\ v=1 \end{cases} \\ \begin{cases} u=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ v=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2^x=1 \\ \sqrt[3]{2^{x+1}-1}=1 \end{cases} \\ \begin{cases} 2^x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \\ \sqrt[3]{2^{x+1}-1}=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ Vn \end{array}\right.$$

Phương trình có nghiệm là: $x=0$

2. Giải bất pt: $\left(\sqrt{x+3}-\sqrt{x-1}\right)\left(1+\sqrt{x^2+2x-3}\right)\ge 4$

Điều kiện $D/k \begin{cases} x+3\ge 0 \\ x-1\ge 0 \\ x^2+2x-3\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -3 \\ x\ge 1 \\ \left[\begin{array}{l} x\le -3 \\ x\ge 1 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow x\ge 1$

Nhân hai vế của bpt với $\sqrt{x+3}+\sqrt{x-1}$, ta được

$$\text{BPT} \Leftrightarrow 4.\left(1+\sqrt{x^2+2x-3}\right)\ge 4.\left(\sqrt{x+3}+\sqrt{x-1}\right) \Leftrightarrow 1+\sqrt{x^2+2x-3}\ge \sqrt{x+3}+\sqrt{x-1}$$

$$x^2+2x-2+2\sqrt{x^2+2x-3}\ge 2x+2+2\sqrt{x^2+2x-3} \Leftrightarrow x^2-4\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\le -2 \\ x\ge 2 \end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện ta được $x\ge 2$ là nghiệm của bất pt

175/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^4-4x^2+y^2-6y+9=0 \\ x^2y+x^2+2y-22=0 \end{cases}$

Giải: Giải hệ pt: $\begin{cases} (x^2-2)^2+(y-3)^2=4 \\ (x^2-2+4)(y-3+3)+x^2-2-20=0 \end{cases}$.

Đặt $\begin{cases} x^2-2=u \\ y-3=v \end{cases}$ Khi đó (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} u^2+v^2=4 \\ u.v+4(u+v)=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=2 \\ v=0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u=0 \\ v=2 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2-2=2 \\ y-3=0 \end{cases}$ Hoặc $\begin{cases} x^2-2=0 \\ y-3=2 \end{cases}$

Kết luận:Hệ pt có 4 nghiệm là: $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}; \begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}; \begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=5 \end{cases}; \begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=5 \end{cases}$

176 */Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số:*

$$y=3\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{2-x}+\sqrt[4]{3-2x}$$

Giải:

2) Ta có $y=\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{2-x}+\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{3-2x}\leqslant 2\sqrt[4]{\dfrac{x+2-x}{2}}+3\sqrt[4]{\dfrac{x+x+3-2x}{3}}=5\Rightarrow y_{\max}=5$

khi $x=1$.

Ta có $y=\left(\sqrt[4]{\dfrac{x}{2}}+\sqrt[4]{\dfrac{2-x}{2}}\right)\sqrt[4]{2}+\sqrt[4]{3}\left(\sqrt[4]{\dfrac{x}{3}}+\sqrt[4]{\dfrac{x}{3}}+\sqrt[4]{\dfrac{3-2x}{3}}\right)\Rightarrow y\geqslant\sqrt[4]{2}+\sqrt[4]{3}=y_{\min}$.

177/ Giải phương trình $4\log_4^2 2x=\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}x^5-1\ \ (x\in\mathbb{R})$

Giải: Giải phương trình $4\log_4^2 2x=\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}x^5-1\ \ (x\in\mathbb{R})(1)$

ĐK:x>0 $(1)\Leftrightarrow\log_2^2 2x=5\log_2 x-1\Leftrightarrow(\log_2 x+1)^2=5\log_2 x-1\Leftrightarrow\log_2^2 x-3\log_2 x+2=0(1)$ Đặt t=$\log_2$x (1)

trở thành $t^2-3t+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=2\end{array}\right.$

t=1 ta có $\log_2$x=1 $\Leftrightarrow$ x=2 ;t=2 ta có $\log_2$x=2 $\Leftrightarrow$ x=4

kết hợp với ĐKXĐ $\Rightarrow$ phương trình đã cho có 2 nghiệm là x=2 và x=4

178/ 1. Giải hệ ph- ơng trình: $\begin{cases}16x^2y^2-17y^2=-1\\4xy+2x-7y=-1\end{cases}$.

2. Giải bất ph- ơng trình: $\sqrt{2x^2+8x+6}+\sqrt{x^2-1}\le 2x+2$

3. Giải ph- ơng trình: $2^{2x^2-2x+3}+2=2^{x^2+x+1}+2^{x^2-3x+3}$.

4. Giải ph- ơng trình: $\log_{3x}x^2+\log_{9x}3x^2=2\log_3 x$.

Giải: 1/ Dễ thấy $y=0$ không phải nghiệm của ph- ơng trình.

Chia cả 2 vế của pt 1 cho y^2, cả hai vế pt 2 cho y ta đ- ợc:

$$\begin{cases}16x^2+\dfrac{1}{y^2}=17\\4x+\dfrac{1}{y}+\dfrac{2x}{y}=7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(4x+\dfrac{1}{y})^2-8\dfrac{x}{y}=17\\(4x+\dfrac{1}{y})+2\dfrac{x}{y}=7\end{cases}.$$

Đặt $\begin{cases}4x+\dfrac{1}{y}=u\\\dfrac{x}{y}=v\end{cases}$ (*). Hệ đã cho trở thành $\begin{cases}u^2-8v=17\\u+2v=7\end{cases}$(**).

Giải hệ (**) ta đ- ợc $\begin{cases}u=5\\v=1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}u=-9\\v=8\end{cases}$

Với $\begin{cases}u=5\\v=1\end{cases}$ ta đ- ợc $\begin{cases}4xy-5y=-1\\x=y\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y=1\\x=y=1/4\end{array}\right.$

Với $\begin{cases}u=-9\\v=8\end{cases}$ ta đ- ợc $\begin{cases}4xy+9y=-1\\x=8y\end{cases}$ (vô nghiệm)

Vậy hệ đã cho có hai nghiệm là $(x;y)=(1;1)$ hoặc $(x;y)=(1/4;1/4)$.

2/ Điều kiện: $\left[\begin{array}{l} x\le -3 \\ x\ge 1 \end{array}\right.$

Biến đổi t- ơng đ- ơng bất ph- ơng trình: $\sqrt{2(x+1)(x+3)}+\sqrt{(x-1)(x+1)}\le 2(x+1)$

Nhận thấy với $x\le -3$ bất ph- ơng trình vô nghiệm

Với $x\ge 1$, bất ph- ơng trình t- ơng đ- ơng: $\sqrt{2(x+3)}+\sqrt{(x-1)}\le 2$

Nhận thấy $\begin{cases} \sqrt{2(x+3)}\ge 2\sqrt{2} \\ \sqrt{(x-1)}\ge 0 \end{cases} \Rightarrow \sqrt{2(x+3)}+\sqrt{(x-1)}\ge 2\sqrt{2}>2$

Do đó bất ph- ơng trình không có nghiệm $x\ge 1$.

Kết luận: bất ph- ơng trình vô nghiệm.

3/ Pt $\Leftrightarrow 2^{x^2-3x+3}.2^{x^2+x}+2=2.2^{x^2+x}+2^{x^2-3x+3} \Leftrightarrow 2^{x^2-3x+3}\left(2^{x^2+x}-1\right)=2\left(2^{x^2+x}-1\right)$

$\Leftrightarrow (2^{x^2-3x+3}-2)\left(2^{x^2+x}-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^{x^2-3x+3}=2 \\ 2^{x^2+x}=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-3x+2=0 \\ x^2+x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1, x=2 \\ x=-1, x=0 \end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của pt là $S=\{-1;0;1;2\}$.

4. Điều kiện $x>0, x\ne \frac{1}{3}, x\ne \frac{1}{9}$. $Pt \Leftrightarrow \frac{2\log_3 x}{1+\log_3 x}+\frac{1+2\log_3 x}{2+\log_3 x}=2\log_3 x$.

Đặt $t=\log_3 x$, ta đ- ợc $\frac{2t}{1+t}+\frac{1+2t}{2+t}=2t \Leftrightarrow 2t^3+2t^2-3t-1=0$.

$\Leftrightarrow (t-1)(2t^2+4t+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=\frac{-2\pm\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=3^{\frac{-2\pm\sqrt{2}}{2}} \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của pt là $S=\left\{3;3^{\frac{-2\pm\sqrt{2}}{2}}\right\}$.

179/ 1. Giải phương trình: $\sqrt{10x+1}+\sqrt{3x+5}=\sqrt{9x+4}-\sqrt{2x-2}$

2 .Giải phương trình $2\log_2(2x+2)+\log_{\frac{1}{2}}(9x-1)=1$

Giải: Điều kiện: $x\ge \frac{5}{3}$

Phương trình đã cho tương đương với $10x+1-\ 2x-2=\ 9x+4-\ 3x-5$ (1).

Vì $x\ge \frac{5}{3}$ nên cả hai vế của (1) đều dương. Do đó:

(1) $\Leftrightarrow 12x-1-2\ \ (10x+1)(2x-2)=12x-1-2\ \ (9x+4)(3x-5)$

$\Leftrightarrow 7x^2-15x-18=0 \Leftrightarrow x=3\ hay\ x=-\frac{6}{7}$.

Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là x = 3.

2/ Điều kiện: $x > \dfrac{1}{9}$.

Phương trình đã cho tương đương với phương trình

$$\log_2(2x+2)^2 - \log_2(9x-1) = 1$$

$$\Leftrightarrow \log\ (2x+2)^2 = \log\ (9x-1) + \log\ 2 \Leftrightarrow \log\ (2x+2)^2 = \log\ (18x-2)$$

$$\Leftrightarrow (2x+2)^2 = (18x-2) \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow \text{x = 1 hoặc } x = \frac{3}{2}.$$

Đối chiếu điều kiện suy ra nghiệm của phương trình là x = 1 hay $x = \dfrac{3}{2}$.

180/ : Tìm ñieàu kieän cuûa tham soá thöïc m ñeå phöông trình sau coù nghieäm:

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} - \sqrt{(x-1)(3-x)} = m$$

Giải: Ñaët: y = $\sqrt{x-1} + \sqrt{3-x} \ \Rightarrow \sqrt{2} \le y \le 2,\ \forall x \in \left[1,3\right]$

Khi ñoù: $y^2 = 2 + 2\sqrt{(x-1)(3-x)} \Rightarrow \sqrt{(x-1)(3-x)} = \dfrac{y^2-2}{2}$

pt trở thành: $y - \dfrac{y^2-2}{2} = m$ hay : $-\dfrac{1}{2}y^2 + y + 1 = m$

Xét hàm số: $f(y) = -\dfrac{1}{2}y^2 + y + 1;\ y \in \left[\sqrt{2}, 2\right] \ \Rightarrow\ f(y) \in [1, \sqrt{2}]$

Vaäy pt coù nghieäm $\Leftrightarrow 1 \le m \le \sqrt{2}$

181/ : 1/ Giải bất phương trình: $\sqrt{5}-1^{\ x} + \sqrt{5}+1^{\ x} - 2^{x+\frac{3}{2}} \le 0$

2/ Giải phương trình: $\log_2(4^x+1) = \log_2(2^{2x+3}-6) + x$

Giải: 1) $\sqrt{5}-1^{\ x} + \sqrt{5}+1^{\ x} - 2^{x+\frac{3}{2}} \le 0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x + \left(\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x - 2\sqrt{2} \le 0$

<u>*Đáp số*</u>: $\log_{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}(\sqrt{2}-1) \le x \le \log_{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}(\sqrt{2}+1)$

2/ (1) $\Leftrightarrow 4^x + 1 = 2^x(2^{2x+3}-6) \Leftrightarrow$ x = 0

182/ : Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 6x^2y + 9xy^2 - 4y^3 = 0 \\ \sqrt{x-y} + \sqrt{x+y} = 2 \end{cases}$

Giải:

$x^3 - 6x^2y + 9xy^2 - 4y^3 = 0 \Leftrightarrow (x-y)^2(x-4y) = 0$

*) x = y nghiệm x = y = 2

*) x = 4y nghiệm $\begin{cases} x = 32 - 8\sqrt{15} \\ y = 8 - 2\sqrt{15} \end{cases}$

183/ : 1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 + \dfrac{2xy}{x+y} = 1 \\ \sqrt{x+y} = x^2 - y \end{cases}$

2. Cho phương trình $\dfrac{3x^2 - 1}{\sqrt{2x-1}} = \sqrt{2x-1} + mx$ .Tìm m để phương trình có nghiệm duy nhất.

Giải: 1)

$\begin{cases} x^2 + y^2 + \dfrac{2xy}{x+y} = 1 \ (1) \\ \sqrt{x+y} = x^2 - y \quad (2) \end{cases}$ Điều kiện: x + y > 0.

(1) ⇔ (x + y – 1)(x^2 + y^2 + x + y) = 0 ⇔ x + y – 1 = 0 ⇔ y = 1 – x

Thay vào (2) ta được: $x^2 + x - 2 = 0$

Hệ có hai nghiệm: (1;0), (- 2;3)

2) $\dfrac{3x^2 - 1}{\sqrt{2x-1}} = \sqrt{2x-1} + mx \Leftrightarrow \dfrac{3x-2}{\sqrt{2x-1}} = m$

Đăt. f(x) = $\dfrac{3x-2}{\sqrt{2x-1}}$ trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ Pt có nghiệm duy nhất với mọi m

184/ : Giaûi baát phöông trình: $3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 162$

Giải: Nghiệm x = 9; x = 1/9

185/ : Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_y^2 x + \log_x^2 y = 2 \\ x^2 - 2y = -1 \end{cases}$

Giải: ĐK: x > 0 và y > 0 và $x \neq 1$ và y ≠ 1

$\log_y^2 x + \log_x^2 y = 2$ ==> y = x và y = 1/x

y = 1/x thay và phương trình sau VN

y = x = 1 (loại)

186/ : Giải phương trình $\dfrac{1}{\log_{x-2} 4} + \dfrac{1}{\log_{2x-1} 4} - \dfrac{1}{2} = \log_2 \sqrt{x+1}$

Giải: Giải phương trình $\dfrac{1}{\log_{x-2} 4} + \dfrac{1}{\log_{2x-1} 4} - \dfrac{1}{2} = \log_2 \sqrt{x+1}$

Điều kiện $x > 2, x \neq 3$; (1) $\Leftrightarrow \log_4(x-2)+\log_4(2x-1)-\log_4 2=\log_4(x+1)$

$(x-2)(2x-1)=2(x+1) \Leftrightarrow 2x^2-7x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{7}{2} \end{array}\right.$; Đối chiếu điều kiện ta có $x=\frac{7}{2}$

187/ : 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2y+2x^2+3y-15=0 \\ x^4+y^2-2x^2-4y-5=0 \end{cases}$

2. Giải phương trình: $\log(10.5^x+15.20^x)=x+\log 25.$

3. Giải bất phương trình $1+\log_2 x+\log_2(x+2)>\log_{\sqrt{2}}(6-x)$

Giải:

1/ Hệ pt $\Leftrightarrow \begin{cases} (x^2-1)(y-2)+4(x^2-1)+4(y-2)=5 \\ (x^2-1)^2+(y-2)^2=10 \end{cases}$. Đặt $\begin{cases} u=x^2-1 \\ v=y-2 \end{cases}$

Ta có hpt $\begin{cases} u^2+v^2=10 \\ uv+4(u+v)=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u+v)^2-2uv=10 \\ uv+4(u+v)=5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u+v=-10 \\ uv=45 \end{cases}$ (vô nghiệm) hoặc $\begin{cases} u+v=2 \\ uv=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=3 \\ v=-1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u=-1 \\ v=3 \end{cases}$

+) $\begin{cases} u=3 \\ v=-1 \end{cases}$ Tìm được 2 nghiệm $(x;y)=(2;1)$ và $(x;y)=(-2;1)$

+) $\begin{cases} u=-1 \\ v=3 \end{cases}$ Tìm được nghiệm $(x;y)=(0;5)$

Kết luận: Hệ phương trình có 3 nghiệm: (2;1), (-2;1), (0;5)

2/. PT $\Leftrightarrow \log(10.5^x+15.20^x)=\log(25.10^x) \Leftrightarrow 10.5^x+15.20^x=25.10^x$

$\Leftrightarrow 15.4^x-25.2^x+10=0$ (chia hai vế của phương trình cho 5^x)

Đặt $t=2^x(t>0)$, Ta có pt : $15t^2-25t+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1(tm) \\ t=\frac{2}{3}(tm) \end{array}\right.$

Với $t=1 \Rightarrow 2^x=1 \Leftrightarrow x=0$

Với $t=\frac{2}{3} \Rightarrow 2^x=\frac{2}{3} \Leftrightarrow x=\log_2\left(\frac{2}{3}\right)$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x=0$ và $x=\log_2\left(\frac{2}{3}\right)$.

3/ Đk: 0< x< 6. BPT $\Leftrightarrow \log_2(2x^2+4x)>\log_2(6-x)^2$

BPT $\Leftrightarrow 2x^2+4x>(6-x)^2 \Leftrightarrow x^2+16x-36>0 \Leftrightarrow x<-18$ hoặc $x>2$

Kết hợp đk ta có tập nghiệm BPT là S =(2; 6)

188/ : Giải bất phương trình: $\log_3^2 x-\log_2(8x).\log_3 x+\log_2 x^3<0$ (1)

Giải:

Điều kiện x>0;Biến đổi phương trình tương đương về dạng:

$$\log_3^2 x-\left(3+\log_2 x\right)\log_3 x+3\log_2 x<0$$

Đặt $t=\log_3 x$ khi đó bất phương trình có dạng:

$$f\left(t\right)=t^2-\left(3+\log_2 x\right).t+3\log_2 x<0 \qquad (2)$$

Ta có: $\Delta=\left(3+\log_2 x\right)^2-12\log_2 x=\left(3-\log_2 x\right)^2$.

Do đó f(t)=0 có nghiệm: $\left[\begin{array}{l} t=3 \\ t=\log_2 x \end{array}\right.$

Do đó (2) tương đương với: $\left(t-3\right)\left(t-\log_2 x\right)<0 \Leftrightarrow \left(\log_3 x-3\right)\left(\log_3 x-\log_2 x\right)<0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log_3 x-3>0 \\ \log_3 x-\log_2 x<0 \end{cases} \\ \begin{cases} \log_3 x-3<0 \\ \log_3 x-\log_2 x>0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \log_3 x>3 \\ \log_3 x<\log_2 x \end{cases} \\ \begin{cases} \log_3 x<3 \\ \log_3 x>\log_2 x \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>27 \\ x>1 \end{cases} \\ \begin{cases} x<27 \\ 0<x<1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>27 \\ 0<x<1 \end{array}\right.$$

Vậy bất phương trình có nghiệm là tập $\left(0;1\right)\cup\left(27;+\infty\right)$

189/ : 1. Giaûi heä phöông trình : $\begin{cases} x^4-4x^2+y^2-6y+9=0 \\ x^2y+x^2+2y-22=0 \end{cases}$

2.Cho ph- ơng trình $(7+3\sqrt{5})^x+a(7-3\sqrt{5})^x=2^{x+3}$

a,Giải ph- ơng trình khi a = 7

b, Tìm a để ph- ơng trình chỉ có một nghiệm

3. Giải phương trình: $\log_4\left(x+1\right)^2+2=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x}+\log_8\left(4+x\right)^3$

4. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_{\sqrt{2}}(y-2x+8)=6 \\ 8^x+2^x.3^y=2.3^{x+y} \end{cases}$

Giải:

$1/\Leftrightarrow \begin{cases} (x^2-2)^2+(y-3)^2=4 \\ (x^2+2)y+x^2-22=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x^2-2)^2+(y-3)^2=4 \\ (x^2-2+4)(y-3+3)+x^2-2-20=0 \end{cases} \begin{cases} (x^2-2)^2+(y-3)^2=4 \\ (x^2-2+4)(y-3+3)+x^2-2-20=0 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} x^2-2=u \\ y-3=v \end{cases}$ * Thay vào ta có hệ pt $\begin{cases} u^2+v^2=4 \\ u.v+4(u+v)=8 \end{cases}$

GiảI hệ ta đ- ợc $\begin{cases} u=2 \\ v=0 \end{cases}$ Hoặc $\begin{cases} u=0 \\ v=2 \end{cases}$

Thay vào giảI ta có $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$; $\begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases}$; $\begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=5 \end{cases}$; $\begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=5 \end{cases}$

2/ $t=(\frac{7+3\sqrt{5}}{2})^x$ (t > 0) ta có pt $t^2-8t+a=0$ (1)

Với a = 7 ta có $t^2-8t+a=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=7 \end{array}\right.$ Ph- ơng trình có hai nghiệm là $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\log_{\frac{7+3\sqrt{5}}{2}} 7 \end{array}\right.$

- , Số nghiệm của pt (1) là số nghiệm t > 0 của ph- ơng trình $a=-t^2+8t$ là số điểm chung của đ- ờng thẳng y = a và đồ thị $y=-t^2+8t$ với t > 0

lập bảng biến thiên của hàm số $y=-t^2+8t$ với t > 0 kết luận pt chỉ có một nghiệm khi a = 16 hoặc $a \le 0$

3 . $\log_4(x+1)^2+2=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{4-x}+\log_8(4+x)^3$ (2) Điều kiện: $\begin{cases} x+1\ne 0 \\ 4-x>0 \\ 4+x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4<x<4 \\ x\ne -1 \end{cases}$

$(2) \Leftrightarrow \log_2|x+1|+2=\log_2(4-x)+\log_2(4+x) \Leftrightarrow \log_2|x+1|+2=\log_2(16-x^2)$

$\Leftrightarrow \log_2 4|x+1|=\log_2(16-x^2) \Leftrightarrow 4|x+1|=16-x^2$

+ Với $-1<x<4$ ta có phương trình $x^2+4x-12=0$ (3);

$(3) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-6\ (\text{loại}) \end{array}\right.$

Với $-4<x<-1$ ta có phương trình $x^2-4x-20=0$ (4); $(4) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2-\sqrt{24} \\ x=2+\sqrt{24}\ (\text{loại}) \end{array}\right.$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x=2$ hoặc $x=2(1-\sqrt{6})$

4/ Pt đầu $\Leftrightarrow$ y – 2x + 8 = $(\sqrt{2})^6 \Leftrightarrow y=2x$

thế vào pt thứ hai ta được:

$8^x+2^x.3^{2x}=2.3^{3x} \Leftrightarrow 8^x+18^x=2.27^x \Leftrightarrow \left(\frac{8}{27}\right)^x+\left(\frac{18}{27}\right)^x=2 \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{3x}+\left(\frac{2}{3}\right)^x=2$

Đặt: t = $\left(\frac{2}{3}\right)^x$, (đk t > 0) , ta có pt: $t^3+t-2=0 \Leftrightarrow (t-1)(t^2+t+2)=0$

$\Leftrightarrow t=1 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$

190/ : 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2y+2x^2+3y-15=0 \\ x^4+y^2-2x^2-4y-5=0 \end{cases}$

2. Giải phương trình**:** $\log(10.5^x+15.20^x)=x+\log 25.$

3.Giải bất phương trình $1+\log_2 x+\log_2(x+2)>\log_{\sqrt{2}}(6-x)$

Giải:

1/ Hệ pt $\Leftrightarrow\begin{cases}(x^2-1)(y-2)+4(x^2-1)+4(y-2)=5\\(x^2-1)^2+(y-2)^2=10\end{cases}$. Đặt $\begin{cases}u=x^2-1\\v=y-2\end{cases}$

Ta có hpt $\begin{cases}u^2+v^2=10\\uv+4(u+v)=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(u+v)^2-2uv=10\\uv+4(u+v)=5\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}u+v=-10\\uv=45\end{cases}$ (vô nghiệm) hoặc $\begin{cases}u+v=2\\uv=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u=3\\v=-1\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}u=-1\\v=3\end{cases}$

+) $\begin{cases}u=3\\v=-1\end{cases}$ Tìm được 2 nghiệm $(x;y)=(2;1)$ và $(x;y)=(-2;1)$

+) $\begin{cases}u=-1\\v=3\end{cases}$ Tìm được nghiệm $(x;y)=(0;5)$

Kết luận: Hệ phương trình có 3 nghiệm: (2;1), (-2;1), (0;5)

2/ PT $\Leftrightarrow\log\left(10.5^x+15.20^x\right)=\log\left(25.10^x\right)\Leftrightarrow 10.5^x+15.20^x=25.10^x$

$\Leftrightarrow 15.4^x-25.2^x+10=0$ (chia hai vế của phương trình cho 5^x)

Đặt $t=2^x(t>0)$, Ta có pt : $15t^2-25t+10=0$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1(tm)\\t=\frac{2}{3}(tm)\end{array}\right.$

Với $t=1\Rightarrow 2^x=1\Leftrightarrow x=0$

Với $t=\frac{2}{3}\Rightarrow 2^x=\frac{2}{3}\Leftrightarrow x=\log_2\left(\frac{2}{3}\right)$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x=0$ và $x=\log_2\left(\frac{2}{3}\right)$.

3 / Đk: 0< x< 6. BPT $\Leftrightarrow\log_2(2x^2+4x)>\log_2(6-x)^2$

BPT $\Leftrightarrow 2x^2+4x>(6-x)^2\Leftrightarrow x^2+16x-36>0\Leftrightarrow x<-18$ hoặc $x>2$

Kết hợp đk ta có tập nghiệm BPT là S =(2; 6)

191/ 1. Giải hệ phương trình : $\begin{cases}2x-y-xy^2=2xy(1-x)\\(x^2+2y^2)(1+\frac{1}{xy})^2=9\end{cases}$

2.Giải phương trình: $(6x+1)\log^2_{\frac{1}{2}}(x+1)+(x-1)\log_{\sqrt{2}}(x+1)^3-7=0$

3. Giải phương trình: $2^{\sqrt[3]{2-x}-1}-4^{x-1}=4x^3-6x^2+\frac{7}{2}x-\frac{3}{2}$

Giải:

1/ Điều kiện Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y - xy^2 + 2x^2y = 2xy \\ (x^2+2y^2)(1+\dfrac{1}{xy})^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2x-y)(1+xy) = 2xy \\ (x^2+2y^2)(\dfrac{1+xy}{xy})^2 = 12 \end{cases}$ $x, y \neq 0$.

Do $1 + xy \neq 0$,nên hệ

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = \dfrac{2xy}{(1+xy)} \\ (x^2+2y^2) = 12(\dfrac{xy}{1+xy})^2 \end{cases} \Rightarrow 12(2x-y)^2 = 4(x^2+2y^2) \Leftrightarrow 11x^2 - 12xy + y^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = x \\ y = 11x \end{array}\right.$$

+Với $y = x$ thay vào hê ta được :x=y=1
+Với y=11x thay vào ta được hệ vô nghiệm
Vây hệ có nghiệm (1;1)

2/ Giải phương trình: $(6x+1)\log^2_{\frac{1}{2}}(x+1) + (x-1)\log_{\sqrt{2}}(x+1)^3 - 7 = 0$

HD: Điều kiện:x>-1:Phương trình $\Leftrightarrow (6x+1)\log_2^2(x+1) + (6x-6)\log_2(x+1) - 7 = 0$

Đặt $t = \log_2(x+1)$,Phương trình trở thành: $(6x+1)t^2 + (6x-6)t - 7 = 0$ (*)

+Nếu $6x+1 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{6}$;Pt : $-7.\log_2\dfrac{5}{6} - 7 = 0$:Vô lý

+Nếu $6x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\dfrac{1}{6}$:Pt (*) có *a-b+c=0* nên(*) $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = \dfrac{7}{6x+1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{-1}{2} \\ \log_2(x+1) = \dfrac{7}{6x+1} \ (1) \end{array}\right.$

Ta có (1) $\Leftrightarrow \log_2(x+1) - \dfrac{7}{6x+1} = 0$;Đặt $f(x) = \log_2(x+1) - \dfrac{7}{6x+1}$, $\forall x \in (-1;\dfrac{-1}{6}) \cup (\dfrac{-1}{6};+\infty)$

$$f'(x) = \frac{1}{(x+1)\ln 2} + \frac{42}{(6x+1)^2} > 0 \ , \forall x \in (-1;\frac{-1}{6}) \cup (\frac{-1}{6};+\infty)$$

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;\dfrac{-1}{6})$ và $(\dfrac{-1}{6};+\infty)$.

+Hàm số đồng biến trên $(-1;\dfrac{-1}{6})$ nên phương trình có nhiều nhất một nghiệm trên $(-1;\dfrac{-1}{6})$

Thử với $x = \dfrac{-3}{4}$: (1) $\Leftrightarrow \log_2(\dfrac{1}{4}) + 2 = 0$ Đúng.

+Hàm số đồng biến trên $(\frac{-1}{6};+\infty)$ nên phương trình có nhiều nhất một nghiệm trên $(\frac{-1}{6};+\infty)$

Thử với x=1 ta được: $(1) \Leftrightarrow \log_2 2-1=0$ Đúng.

Tóm lại phương trình có 3 nghiệm: $x=\frac{-3}{4}$; $x=\frac{-1}{2}$; x=1

3/ Giải phương trình: $2^{\sqrt[3]{2-x}-1}-4^{x-1}=4x^3-6x^2+\frac{7}{2}x-\frac{3}{2}$

Hd: Phương trình $\Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{2-x}-1}-4^{x-1}=4x^3-6x^2+\frac{7}{2}x-\frac{3}{2} \Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{2-x}}-2^{2x-1}=8x^3-12x^2+7x-3$

$2^{\sqrt[3]{2-x}}+2-x=2^{2x-1}+8x^3-12x^2+6x-1 \Leftrightarrow 2^{\sqrt[3]{2-x}}+2-x=2^{2x-1}+(2x-1)^3$

Xét hàm số: $f(t)=2^t+t^3$ có $f'(t)=2^t\ln 2+3t^2>0 \quad \forall t\in R$ .Do đó f(t) đồng biến trên R

Phương trình: $\Leftrightarrow f(\sqrt[3]{2-x})=f(2x-1) \Leftrightarrow \sqrt[3]{2-x}=2x-1$

Vậy phương trình $\Leftrightarrow 8x^3-12x^2+7x-3=0 \Leftrightarrow (x-1)(8x^2-4x+3)=0 \Leftrightarrow x=1$ có nghiệm x=1.

192/ :

1.Giải phương trình: $\sqrt{36x^2-63x+27}=15-27x+2\sqrt{9x^2-9x+3}$.

2.Cho hai số thực x, y thỏa mãn $\sqrt{x+1}+\sqrt{y+15}=\frac{x+y}{2}$ Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $P=x+y$.

3. Tìm m để phương trình $12\sqrt{4+x-3x^2}=3x-24+m\left(3\sqrt{x+1}+2\sqrt{4-3x}\right)$ có nghiệm .

4.Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases}\dfrac{\log_2 x}{1+(\log_2 x)^2}+\dfrac{\log_2 y}{1+(\log_2 y)^2}=\dfrac{9}{10}\\ \left(1+\log_x 2.\log_y 2\right)\log_2 xy=\dfrac{9}{2}\end{cases}$$

Giải:

1) Từ dấu hiệu $\sqrt{36x^2-63x+27}$; $2\sqrt{9x^2-9x+3}=\sqrt{36x^2-36x+12}$

Nhân liên hợp và biện luận ta được nghiệm duy nhất $x=\frac{15}{27}$

2.HD.(*nhiều cách*) Đặt $\sqrt{x+1}=u\ge 0;\ \sqrt{y+15}=v\ge 0$ ta đưa được về hệ PT đối xứng. Từ đk PT có nghiệm không âm ta tìm được $2\left(1+\sqrt{17}\right)\le P\le 16$

3.HD. ĐK. Đặt $t=3\sqrt{x+1}+2\sqrt{4-3x} \to t\in\left[\sqrt{21};\ 7\right]$ ta chỉ việc tìm GTLN,NN trên đoạn này của hàm số $f(t)=t-\frac{1}{t}$

4. ĐK, đặt $\log_2 x=u;\ \log_2 y=v$ và $u+\frac{1}{u}=m;\ v+\frac{1}{v}=n \quad (|m,n|\ge 2)$

Ta được 4 nghiệm $(4,2),\left(2;\sqrt{2}\right)$ và giao hoán của bộ số.

193. Giải phương trình: $\sqrt[3]{x+34}-\sqrt[3]{x-3}=1$

Giải:

Đặt $u=\sqrt[3]{x+34},\ v=\sqrt[3]{x-3}$. Ta có :

$$\begin{cases} u-v=1 \\ u^3-v^3=37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u-v=1 \\ (u-v)\left(u^2+v^2+uv\right)=37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u-v=1 \\ (u-v)^2+3uv=37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u-v=1 \\ uv=12 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} u=-3 \\ v=-4 \end{cases} \\ \begin{cases} u=4 \\ v=3 \end{cases} \end{array}\right.$$

Với u = -3 , v = - 4 ta có : x = - 61 ; Với u = 4, v = 3 ta có : x = 30

Vậy Pt đã cho có 2 nghiệm : x = -61 và x = 30

194/ $\begin{cases} (3x+y)(x+3y)\sqrt{xy}=14 \\ (x+y)(x^2+y^2+14xy)=36 \end{cases}$

Giải:

$$\begin{cases} (3x+y)(x+3y)\sqrt{xy}=14 \\ (x+y)(x^2+y^2+14xy)=36 \end{cases}$$

Đk: $xy \ge 0$ Hệ ban đầu tương đương $\begin{cases} [3(x+y)^2+4xy]\sqrt{xy}=14 \\ (x+y)[(x+y)^2+12xy]=36 \end{cases}$

Đặt $\begin{cases} a=x+y \\ b=\sqrt{xy}\ge 0 \end{cases}$ thay vào hệ trên được $\begin{cases} (3a^2+4b^2)b=14 \\ a(a^2+12b^2)=36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a^2b+4b^3=14 \\ a^3+12ab^2=36 \end{cases}$

Nhận thấy a=0 không là nghiệm của hệ trên. Đặt b=ka thay vào hệ trên được $\begin{cases} a^3(3k+4k^3)=14 \\ a^3(1+12k^2)=36(1) \end{cases}$. Ta suy ra phương trình $72k^3-84k^2+54k-7=0$ $\Leftrightarrow k=\frac{1}{6} \Rightarrow b=\frac{1}{6}a \Rightarrow a=6b$ thay vào (1) được a=3, từ đó b=1/2

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ \sqrt{xy}=\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ xy=\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3+2\sqrt{2}}{2} \\ y=\frac{3-2\sqrt{2}}{2} \end{cases} hoac \begin{cases} x=\frac{3-2\sqrt{2}}{2} \\ y=\frac{3+2\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

195/ . Giải phương trình: $\sqrt{x^2-3}-\sqrt{x-1}+x^2-x-2=0 \quad (x\in\mathbb{R})$

Giải: Giải phương trình: $\sqrt{x^2-3}-\sqrt{x-1}+x^2-x-2=0 \quad (x\in\mathbb{R})$

ĐK: $\begin{cases} x^2-3\ge 0 \\ x-1\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\ge\sqrt{3}$; Đặt $u=\sqrt{x^2-3}$, $u\ge 0$, $v=\sqrt{x-1}$, $v\ge 0$

Suy ra: $u^2-v^2=x^2-x-2$

Ta được phương trình: $u-v+u^2-v^2=0$

$\Leftrightarrow u-v+(u+v)(u-v)=0 \Leftrightarrow (u-v)(1+u+v)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=v \\ u+v=-1 \end{array}\right.$

Vì $u\ge 0; v\ge 0$ nên loại u + v = – 1

Khi u = v $\Rightarrow \sqrt{x^2-3}=\sqrt{x-1} \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Vì $x\ge\sqrt{3}$, nên x = – 1 loại. Vậy phương trình có 1 nghiệm x = 2.

196/. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_2\sqrt{x+y}=3\log_8(\sqrt{x-y}+2) \\ \sqrt{x^2+y^2+1}-\sqrt{x^2-y^2}=3 \end{cases}$.

Giải:

Điều kiện: *x+y>0, x-y>0*

$\begin{cases} \log_2\sqrt{x+y}=3\log_8(2+\sqrt{x-y}) \\ \sqrt{x^2+y^2+1}-\sqrt{x^2-y^2}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+y}=2+\sqrt{x-y} \\ \sqrt{x^2+y^2+1}-\sqrt{x^2-y^2}=3 \end{cases}$

Đặt: $\begin{cases} u=x+y \\ v=x-y \end{cases}$ ta có hệ: $\begin{cases} \sqrt{u}-\sqrt{v}=2\ (u>v) \\ \sqrt{\dfrac{u^2+v^2+2}{2}}-\sqrt{uv}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=2\sqrt{uv}+4 \\ \sqrt{\dfrac{u^2+v^2+2}{2}}-\sqrt{uv}=3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u+v=2\sqrt{uv}+4 & (1) \\ \sqrt{\dfrac{(u+v)^2-2uv+2}{2}}-\sqrt{uv}=3 & (2) \end{cases}$. Thế (1) vào (2) ta có:

$\sqrt{uv+8\sqrt{uv}+9}-\sqrt{uv}=3 \Leftrightarrow uv+8\sqrt{uv}+9=(3+\sqrt{uv})^2 \Leftrightarrow uv=0$. Kết hợp (1) ta có:

$\begin{cases} uv=0 \\ u+v=4 \end{cases} \Leftrightarrow u=4, v=0$ (vỡ *u>v*). Từ đó ta có: *x* =2; *y* =2.(T/m)

KL: Vậy nghiệm của hệ là: (*x; y*)=(2; 2).

197/ . 1.Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3^{3x-2y}-5.6^x+4.2^{3x-2y}=0 \\ \sqrt{x-y}=\sqrt{y}+(\sqrt{2y}-\sqrt{x})(\sqrt{2y}+\sqrt{x})^2 \end{cases}$

2. Giải bất phương trình $\dfrac{\log_3(x+1)^2-\log_4(x+1)^3}{x^2-5x-6}>0$

Giải:

1/ ĐK: $\begin{cases} x,y\ge 0 \\ x\ge y \end{cases}$

Hệ phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{3x-2y} - 5.6^x + 4.2^{3x-2y} = 0 \\ \sqrt{x-y} - \sqrt{y} = (2y-x)(\sqrt{2y} + \sqrt{x}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{3x-2y} - 5.6^x + 4.2^{3x-2y} = 0 \\ x - 2y = (2y-x)(\sqrt{2y} + \sqrt{x})(\sqrt{x-y} + \sqrt{y}) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{3x-2y} - 5.6^x + 4.2^{3x-2y} = 0 \\ (2y-x)[(\sqrt{2y} + \sqrt{x})(\sqrt{x-y} + \sqrt{y}) + 1] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{3x-2y} - 5.6^x + 4.2^{3x-2y} = 0 \\ 2y - x = 0 \end{cases}$

(do $\sqrt{2y} + \sqrt{x})(\sqrt{x-y} + \sqrt{y}) + 1 \neq 0$)

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{3x-2y} - 5.6^x + 4.2^{3x-2y} = 0 \\ 2y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{2x} - 5.6^x + 4.2^{2x} = 0 \ (1) \\ 2y = x \ \ (2) \end{cases}$

Giải (1): $3^{2x} - 5.6^x + 4.2^{2x} = 0 \Leftrightarrow (\frac{3}{2})^{2x} - 5.(\frac{3}{2})^x + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (\frac{3}{2})^x = 1 \\ (\frac{3}{2})^x = 4 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \log_{\frac{3}{2}} 4 \end{array} \right.$

Với x = 0 thay vao (2) ta được y = 0

Với $x = \log_{\frac{3}{2}} 4$ thay vao (2) ta được y = $\frac{1}{2}\log_{\frac{3}{2}} 4$

Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x = \log_{\frac{3}{2}} 4$,y = $\frac{1}{2}\log_{\frac{3}{2}} 4$

198/ 1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 + xy + 2x = 5y \\ (x^2 + 2x)(x + y - 3) = -3y \end{cases}$ $(x; y \in R)$

2. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} \log_{\sqrt{2}}(y-x) - \log_2 x = 1 \\ \sqrt{2y+3} - \sqrt{2x-1} = 2 \end{cases}$

Giải:

1/ Nếu y = 0 $\Rightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array} \right.$ $\Rightarrow$ hệ có nghiệm (0;0);(-2;0)

Nếu $y \neq 0$, hpt $\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2 + 2x}{y} + x + y = 5 \\ \dfrac{x^2 + 2x}{y}.(x + y - 3) = -3 \end{cases}$;đặt $\begin{cases} u = \dfrac{x^2 + 2x}{y} \\ v = x + y - 3 \end{cases}$ ta có hệ:

$\begin{cases} u + v = 2 \\ uv = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = 3 \\ v = -1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} u = -1 \\ v = 3 \end{cases}$

Với $\begin{cases} u = 3 \\ v = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2 + 2x}{y} = 3 \\ x + y - 3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = -6 \\ y = 8 \end{cases}$

Với $\begin{cases} u=-1 \\ v=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2+2x}{y}=-1 \\ x+y-3=3 \end{cases}$ (vô nghiệm)

Vậy hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm (x; y) là: (0; 0) ; (-2; 0); (1; 1) và (-6; 8)

2/ Đk: $\begin{cases} x \geq \dfrac{1}{2} \\ y > x \end{cases}$; Pt hai $\Leftrightarrow \sqrt{2y+3} = 2+\sqrt{2x-1} \Leftrightarrow y-x = 2\sqrt{2x-1}$

Thế vào pt còn lại ta được :

$2\log_2 2\sqrt{2x-1} - \log_2 x = 1 \Leftrightarrow \log_2 \dfrac{4(2x-1)}{x} = 1 \Leftrightarrow 4(2x-1) = 2x \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{3} \Rightarrow y = \dfrac{2}{3} + \dfrac{2}{\sqrt{3}}$,(tmđk)

KL: hệ có nghiệm (x;y) là ($\dfrac{2}{3}$; $\dfrac{2}{3}+\dfrac{2}{\sqrt{3}}$)

199/ 1) Giải phương trình sau: $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{\sqrt{2-x^2}} = 2$.

2/ Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} 2009^{y^2-x^2} = \dfrac{x^2+2010}{y^2+2010} \\ 3\log_3(x+2y+6) = 2\log_2(x+y+2)+1 \end{cases}$$

Giải: 1/+) ĐK: $x \in (-\sqrt{2};\sqrt{2}) \setminus \{0\}$

+) Đặt $y = \sqrt{2-x^2}, y > 0$ Ta có hệ: $\begin{cases} x+y = 2xy \\ x^2+y^2 = 2 \end{cases}$

+) Giải hệ đx ta được x = y = 1 và $\begin{cases} x = \dfrac{-1+\sqrt{3}}{2} \\ y = \dfrac{-1-\sqrt{3}}{2} \end{cases}; \begin{cases} x = \dfrac{-1-\sqrt{3}}{2} \\ y = \dfrac{-1+\sqrt{3}}{2} \end{cases}$

+) Kết hợp điều kiện ta được: x = 1 và $x = \dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}$

2/ $\begin{cases} 2009^{y^2-x^2} = \dfrac{x^2+2010}{y^2+2010} (1) \\ 3\log_3(x+2y+6) = 2\log_2(x+y+2)+1 (2) \end{cases}$

+) ĐK: x + 2y = 6 > 0 và x + y + 2 > 0

+) Lấy loga cơ số 2009 và đưa về pt: $x^2 + \log_{2009}(x^2+2010) = y^2 + \log_{2009}(y^2+2010)$

+) Xét và CM HS $f(t) = t + \log_{2009}(t+2010), t \geq 0$ đồng biến,

từ đó suy ra $x^2 = y^2 \Leftrightarrow$ x= y, x = - y

+) Với x = y thế vào (2) và đưa về pt: $3\log_3(x+2) = 2\log_2(x+1) = 6t$

Đưa pt về dạng $\left(\frac{1}{9}\right)^t + \left(\frac{8}{9}\right)^t = 1$, cm pt này có nghiệm duy nhất t = 1

$\Rightarrow$ x = y =7

+) Với x = - y thế vào (2) được pt: $\log_3(y + 6) = 1 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow x = 3$

199/ 1. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x - 2y - \sqrt{xy} = 0 \\ \sqrt{x-1} - \sqrt{2y-1} = 1 \end{cases}$

2. Giải bất ph- ơng trình: $(2+\sqrt{3})^{x^2-2x+1} + (2-\sqrt{3})^{x^2-2x-1} \le \frac{4}{2-\sqrt{3}}$

Giải: 1. Đk: $\begin{cases} x \ge 1 \\ y \ge \frac{1}{2} \end{cases}$

(1)

$$\Leftrightarrow x - y - (y + \sqrt{xy}) = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - 2\sqrt{y}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 0 \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 0 (voly) \end{array}\right. \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2\sqrt{y}$$

$\Leftrightarrow$ x = 4y Thay vào (2) có

$\sqrt{4y-1} - \sqrt{2y-1} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{4y-1} = \sqrt{2y-1} + 1$

$\Leftrightarrow 4y - 1 = 2y - 1 + 2\sqrt{2y-1} + 1 \Leftrightarrow 2y - 1 = 2\sqrt{2y-1}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{2y-1} = 0 \\ \sqrt{2y-1} = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = \frac{1}{2} (tm) \\ y = \frac{5}{2} (tm) \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = 10 \end{array}\right.$$

Vậy hệ có hai nghiệm (x;y) = (2;1/2) và (x;y) = (10;5/2)

2/ Bpt $\Leftrightarrow \left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x} + \left(2-\sqrt{3}\right)^{x^2-2x} \le 4$

$t = \left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x} (t > 0)$ BPTTT : $t + \frac{1}{t} \le 4$

$\Leftrightarrow t^2 - 4t + 1 \le 0 \Leftrightarrow 2 - \sqrt{3} \le t \le 2 + \sqrt{3}$ (tm)

Khi đó :

$$2 - \sqrt{3} \le \left(2+\sqrt{3}\right)^{x^2-2x} \le 2 + \sqrt{3} \Leftrightarrow -1 \le x^2 - 2x \le 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 \le 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{2} \le x \le 1 + \sqrt{2}$$

200. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 \\ x^2y + 2xy^2 + y^3 = 2 \end{cases}$

Giải:

$$\begin{cases}2x+\dfrac{1}{y}=\dfrac{3}{x}\\ 2y+\dfrac{1}{x}=\dfrac{3}{y}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\left(x-y\right)+\left(\dfrac{1}{y}-\dfrac{1}{x}\right)=\left(\dfrac{3}{x}-\dfrac{3}{y}\right)\\ 2x+\dfrac{1}{y}=\dfrac{3}{x}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2\left(x-y\right)=-\dfrac{4\left(x-y\right)}{xy}\\ 2x+\dfrac{1}{y}=\dfrac{3}{x}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=y\\ xy=-2\end{array}\right.\\ 2x+\dfrac{1}{y}=\dfrac{3}{x}\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=y\\ 2x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{3}{x}\end{cases}\\ \begin{cases}y=-\dfrac{2}{x}\\ 2x-\dfrac{x}{2}=\dfrac{3}{x}\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=y=1\\ x=y=-1\\ x=\sqrt{2},y=-\sqrt{2}\\ x=-\sqrt{2},y=\sqrt{2}\end{array}\right.$$

201. Giải phương trình : $(3x+1)\sqrt{2x^2-1}=5x^2+\dfrac{3}{2}x-3$

Giải:

PT $\Leftrightarrow 2(3x+1)\sqrt{2x^2-1}=10x^2+3x-6$

$2(3x+1)\sqrt{2x^2-1}=4(2x^2-1)+2x^2+3x-2$. Đặt $t=\sqrt{2x^2-1}(t\geq 0)$

Pt trở thành $4t^2-2(3x+1)t+2x^2+3x-2=0$

Ta có: $\Delta'=(3x+1)^2-4(2x^2+3x-2)=(x-3)^2$ Từ đó ta có phương trình có nghiệm : $t=\dfrac{2x-1}{2};t=\dfrac{x+2}{2}$

Thay vào cách đặt giải ra ta được phương trình có các nghiệm: $x\in\left\{\dfrac{-1+\sqrt{6}}{2};\dfrac{2+\sqrt{60}}{7}\right\}$

202. Giải bất phương trình : $5^{1+x^2}-5^{1-x^2}>24.$ (2)

Giải: Giải bất phương trình : $5^{1+x^2}-5^{1-x^2}>24.$ (2)

(2) $\Leftrightarrow 5\left(5^{x^2}\right)^2-24\left(5^{x^2}\right)-5\succ 0\Leftrightarrow 5^{x^2}\succ 5\Leftrightarrow x^2>1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\succ 1\\ x\prec -1\end{array}\right.$

203. 1) $\begin{cases}x^2+y^2+xy+1=4y\\ y(x+y)^2=2x^2+7y+2\end{cases}$; 2) $\begin{cases}2\log_{1-x}[(1-x)(y+2)]+2\log_{2+y}(1-x)=6\\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4)=1\end{cases}$

Giải: 1) $y \neq 0$, ta có: $\begin{cases} x^2+y^2+xy+1=4y \\ y(x+y)^2=2x^2+7y+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x^2+1}{y}+x+y=4 \\ (x+y)^2-2\dfrac{x^2+1}{y}=7 \end{cases}$.

Đặt $u=\dfrac{x^2+1}{y}, v=x+y$ ta có hệ: $\begin{cases} u+v=4 \\ v^2-2u=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u=4-v \\ v^2+2v-15=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} v=3, u=1 \\ v=-5, u=9 \end{array}\right.$

+) Với $v=3, u=1$ ta có hệ: $\begin{cases} x^2+1=y \\ x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1=y \\ y=3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-2=0 \\ y=3-x \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1, y=2 \\ x=-2, y=5 \end{array}\right.$.

+) Với $v=-5, u=9$ ta có hệ: $\begin{cases} x^2+1=9y \\ x+y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+1=9y \\ y=-5-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+9x+46=0 \\ y=-5-x \end{cases}$, hệ này vô nghiệm.

KL: Vậy hệ đã cho có hai nghiệm: $(x;y)=\{(1;2),(-2;5)\}$.

2) + Điều kiện: $\begin{cases} -xy-2x+y+2>0, x^2-2x+1>0, y+5>0, x+4>0 \\ 0<1-x\neq 1, 0<2+y\neq 1 \end{cases} (I)$.

$(I) \Leftrightarrow \begin{cases} 2\log_{1-x}[(1-x)(y+2)]+2\log_{2+y}(1-x)=6 \\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4)=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_{1-x}(y+2)+\log_{2+y}(1-x)-2=0\ (1) \\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4)=1\ (2). \end{cases}$

Đặt $\log_{2+y}(1-x)=t$ thì (1) trở thành: $t+\dfrac{1}{t}-2=0 \Leftrightarrow (t-1)^2=0 \Leftrightarrow t=1$.

Với $t=1$ ta có: $1-x=y+2 \Leftrightarrow y=-x-1\ (3)$. Thế vào (2) ta có:

$\log_{1-x}(-x+4)-\log_{1-x}(x+4)=1 \Leftrightarrow \log_{1-x}\dfrac{-x+4}{x+4}=1 \Leftrightarrow \dfrac{-x+4}{x+4}=1-x \Leftrightarrow x^2+2x=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$. Suy ra: $\left[\begin{array}{l} y=-1 \\ y=1 \end{array}\right.$.

+ Kiểm tra thấy chỉ có $x=-2, y=1$ thoả mãn điều kiện trên.

Vậy hệ có nghiệm duy nhất $x=-2, y=1$.

204. Giải phương trình $\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3)+\dfrac{1}{4}\log_4(x-1)^8=\log_2(4x)\quad (2)$

Giải:

Điều kiện: $0<x\neq 1$; $(2) \Leftrightarrow (x+3)|x-1|=4x$

Trường hợp 1: $x>1$ $(2) \Leftrightarrow x^2-2x=0 \Leftrightarrow x=2$

Trường hợp 2: $0<x<1$ $(2) \Leftrightarrow x^2+6x-3=0 \Leftrightarrow x=2\sqrt{3}-3$

Vậy tập nghiệm của (2) là $T=\{2; 2\sqrt{3}-3\}$

205. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{3-y}=\sqrt{3} \\ \sqrt{y}+\sqrt{3-x}=\sqrt{3} \end{cases}$

Giải: Điều kiện: $0\leq x\leq 3, 0\leq y\leq 3$

Ta có $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{3-y}=\sqrt{3}\\ \sqrt{y}+\sqrt{3-x}=\sqrt{3}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-y+2\sqrt{x(3-y)}=0\\ y-x+2\sqrt{y(3-x)}=0\end{cases}$

$\Rightarrow \sqrt{x(3-y)}+\sqrt{y(3-x)}=0$
$\Leftrightarrow \begin{cases}x(3-y)=0\\ y(3-x)=0\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=0\\ y=0\end{cases}\\ \begin{cases}x=3\\ y=3\end{cases}\end{array}\right.$ Kiểm tra ta thấy $\begin{cases}x=0\\ y=0\end{cases}, \begin{cases}x=3\\ y=3\end{cases}$ thỏa mãn.

Kết luận : Hệ có hệ có hai nghiệm $\begin{cases}x=0\\ y=0\end{cases}, \begin{cases}x=3\\ y=3\end{cases}$

206. Giải bất phương trình : $5^{1+x^2}-5^{1-x^2}>24.$ (2)

Giải:

Giải bất phương trình : $5^{1+x^2}-5^{1-x^2}>24.$ (2)

$$(2) \Leftrightarrow 5\left(5^{x^2}\right)^2-24\left(5^{x^2}\right)-5\succ 0 \quad \Leftrightarrow 5^{x^2}\succ 5 \Leftrightarrow x^2>1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\succ 1\\ x\prec -1\end{array}\right.$$

207. 1/ Giải phương trình: $\sqrt{7-x^2+x\sqrt{x+5}}=\sqrt{3-2x-x^2}$ $(x\in\mathbb{R})$

2/ Giải hệ phương trình $\begin{cases}\log_{\frac{1}{4}}(y-x)-\log_4\dfrac{1}{y}=1\\ x^2+y^2=25\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$

Giải :

1/ Giải phương trình: $\sqrt{7-x^2+x\sqrt{x+5}}=\sqrt{3-2x-x^2}$ $(x\in\mathbb{R})$

$$PT \Leftrightarrow \begin{cases}3-2x-x^2\ge 0\\ 7-x^2+x\sqrt{x+5}=3-2x-x^2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3-2x-x^2\ge 0\\ x\sqrt{x+5}=-2(x+2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-3\le x\le 1\\ x\ne 0\\ \sqrt{x+5}=-2.\dfrac{x+2}{x}\end{cases}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases}-2\le x<0\\ (x+1)(x^2-16)=0\end{cases} \Leftrightarrow x=-1.$ Vậy phương trình đã cho có một nghiệm x = - 1.

2/ Giải hệ phương trình $\begin{cases}\log_{\frac{1}{4}}(y-x)-\log_4\dfrac{1}{y}=1\\ x^2+y^2=25\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$

Điều kiện: $\begin{cases}y-x>0\\ y>0\end{cases}$ Hệ phương trình

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_4(y-x)+\log_4\frac{1}{y}=-1 \\ x^2+y^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_4\frac{y-x}{y}=-1 \\ x^2+y^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{y-x}{y}=\frac{1}{4} \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ x^2+y^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ 9y^2+y^2=25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3y \\ y^2=\frac{25}{10} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (x;y)=\left(\frac{15}{\sqrt{10}};\frac{5}{\sqrt{10}}\right) \\ (x;y)=\left(-\frac{15}{\sqrt{10}};-\frac{5}{\sqrt{10}}\right) \end{array} \right.$$ (không thỏa mãn đk)

Vậy hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

208 1/ Giải phương trình: $x^2 - 4x - 3 = \sqrt{x+5}$

2/ Giải phương trình : $2^{\log_5(x+3)} = x$

Giải:

1/ $x^2 - 4x + 3 = \sqrt{x+5}$ (1)

TXĐ : $D = [-5;+\infty)$ $(1) \Leftrightarrow (x-2)^2 - 7 = \sqrt{x+5}$

đặt $y - 2 = \sqrt{x+5}$, $y \ge 2 \Rightarrow (y-2)^2 = x+5$

Ta có hệ : $\begin{cases} (x-2)^2 = y+5 \\ (y-2)^2 = x+5 \\ y \ge 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 = y+5 \\ (x-y)(x+y+3)=0 \\ y \ge 2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \begin{cases} (x-2)^2 = y+5 \\ x-y=0 \end{cases} \\ \begin{cases} (x-2)^2 = y+5 \\ x+y+3=0 \end{cases} \end{array} \right. \\ y \ge 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{5+\sqrt{29}}{2} \\ x=-1 \end{array} \right.$$

2/ ĐK : $x > 0$ PT đã cho tương đương với : $\log_5(x+3) = \log_2 x$ (1)

Đặt $t = \log_2 x$, suy ra $x = 2^t$

$(2) \Leftrightarrow \log_5(2^t+3) = t \Leftrightarrow 2^t + 3 = 5^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3\left(\frac{1}{5}\right)^t = 1$ (2)

Xét hàm số : $f(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3\left(\frac{1}{5}\right)^t$; $f'(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t \ln 0,4 + 3\left(\frac{1}{5}\right)^t \ln 0,2 < 0, \forall t \in \mathbb{R}$

Suy ra f(t) nghịch biến trên R

Lại có : f(1) = 1 nên PT (2) có nghiệm duy nhất t = 1 hay $\log_2 x = 1$ hay x =2

Vậy nghiệm của PT đã cho là : x = 2

208. Giải bất phương trình: $(4x-3)\sqrt{x^2-3x+4} \ge 8x-6\,(1)$

Giải: Giải bất phương trình: $(4x-3)\sqrt{x^2-3x+4} \ge 8x-6\,(1)$

$$(1) \Leftrightarrow (4x-3)\left(\sqrt{x^2-3x+4}-2\right) \ge 0$$

Ta có: 4x-3=0<=>x=3/4

$\sqrt{x^2-3x+4}-2$=0<=>x=0;x=3

Bảng xét dấu:

x	-∞		0		¾		2		+ ∞
4x-3		-	|	-	0	+	|	+	
$\sqrt{x^2-3x+4}-2$		+	0	-	|	-	0	+	
Vế trái		-	0	+	0	-	0	+	

Vậy bất phương trình có nghiệm: $x \in \left[0;\frac{3}{4}\right] \cup [3;+\infty)$

209. 1/ Giải hệ phương trình **:** $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=8 \\ \frac{x}{y}+\frac{y}{x}+1=\frac{7}{xy} \end{cases}$

2/ Giải bất phương trình **:** $\log_{\frac{1}{2}}\log_5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right) > \log_2\log_{\frac{1}{5}}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$

3/ Giải bất phương trình **:** $3^{\sqrt{x+1}}+3^{1-\sqrt{x+1}}-4 \ge 0$

Giải:

1/ Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} (x+y)^2+x+y-2xy=8 \\ (x+y)^2-xy=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x+y=3 \\ x+y=-2 \end{array}\right. \\ x+y-xy=1 \end{cases}$:

Vậy nghiệm của hệ là : (x;y) = (1 ;2) ,(2 ; 1) ,(1;-3) (-3; 1)

2/

$$\text{Đk } x > 0: \text{ Bpt} \Leftrightarrow \log_3\log_{\frac{1}{5}}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)+\log_3\log_5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)<0$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\log_{\frac{1}{5}}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\log_5\left(\sqrt{x^2+1}+\sqrt{x}\right)\right)<0$$

$$\Leftrightarrow \log^2{}_5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)<1 \Leftrightarrow 0<\log_5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)<1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1}+x<5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+1}<5-x \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x>0 \\ x^2+1<(5-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow x<\frac{12}{5}$$

Kết hợp đk ta có 0 < x < $\frac{12}{5}$

3/ Đk : $x \ge -1$

Pt $\Leftrightarrow 3^{2\sqrt{x+1}} - 4.3^{\sqrt{x+1}} + 3 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^{\sqrt{x+1}} \ge 3 \\ 3^{\sqrt{x+1}} \le 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sqrt{x+1} \ge 1 \\ \sqrt{x+1} \le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge 0 \\ x = -1 \end{array}\right.$

Nghiệm bất pt là : T = $\{-1\} \cup [0;+\infty)$

210. 1.Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^4 - x^3y + x^2y^2 = 1 \\ x^3y - x^2 + xy = -1 \end{cases}$

2)Giải phương trình: $Log_{x(24x+1)^2} x + \log_{x^2(24x+1)} x^2 = \log_{(24x+1)} x$

3)Giải bất phương trình: $\log_x(\log_3(9^x - 72)) \le 1$

Giải:

1/*Biến đổi hệ tương đương với $\begin{cases} (x^2 - xy)^2 = 1 - x^3y \\ x^3y - (x^2 - xy) = -1 \end{cases}$

*Đặt ẩn phụ $\begin{cases} x^2 - xy = u \\ x^3y = v \end{cases}$, ta được hệ $\begin{cases} u^2 = 1 - v \\ v - u = -1 \end{cases}$

*Giải hệ trên được nghiệm (u;v) là (1;0) và (-2;-3)

*Từ đó giải được nghiệm (x;y) là (1;0) và (-1;0)

2/ *Điều kiện :x>0

*TH1 : xét x=1 là nghiệm

*TH2 : xét $x \neq 1$, biến đổi phương trình tương đương với

$$\frac{1}{1 + 2\log_x(24x+1)} + \frac{2}{2 + \log_x(24x+1)} = \frac{1}{\log_x(24x+1)}$$

Đặt $\log_x(x+1) = t$, ta được phương trình

$$\frac{1}{1+2t} + \frac{2}{2+t} = \frac{1}{t}$$ giải được t=1 và t=-2/3

*Với t=1 $\Rightarrow \log_x(x+1) = 1$ phương trình này vô nghiệm

*Với t=-2/3 $\Rightarrow \log_x(x+1) = -\frac{2}{3}$

$$\Leftrightarrow x^2.(24x+1)^3 = 1 \quad (*)$$

Nhận thấy $x = \frac{1}{8}$ là nghiệm của (*)

Nếu $x > \frac{1}{8}$ thì VT(*)>1

Nếu $x < \frac{1}{8}$ thì VT(*)<1 , vậy (*) có nghiệm duy nhất $x = \frac{1}{8}$

*Kết luận : Các nghiệm của phương trình đã cho là x=1 và $x = \frac{1}{8}$

3/ *Điều kiện : $\begin{cases} x > 0 \\ \log_3(9^x - 72) > 0 \\ 9^x - 72 > 0 \end{cases}$ giải được $x > \log_9 73$

Vì $x > \log_9 73 > 1$ nên bpt đã cho tương đương với

$$\log_3(9^x - 72) \le x \quad \Leftrightarrow 9^x - 72 \le 3^x \;\Leftrightarrow \begin{cases} 3^x \ge -8 \\ 3^x \le 9 \end{cases} \quad \Leftrightarrow x \le 2$$

*Kết luận tập nghiệm : $T = (\log_9 72; 2]$

211. 1. Giải bất phương trình $\log_2(4x^2 - 4x + 1) - 2x > 2 - (x+2)\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2} - x\right)$

2/ Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2^{3x+1} + 2^{y-2} = 3.2^{y+3x} \\ \sqrt{3x^2 + 1 + xy} = \sqrt{x+1} \end{cases}$

Giải:

1/ ĐK: $\begin{cases} \frac{1}{2} - x > 0 \\ 4x^2 - 4x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ (2x-1)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2} \\ x \ne \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x < \frac{1}{2} \qquad (*)$

Với điều kiện (*) bất phương trình tương đương với: $2\log_2(1-2x) - 2x > 2 + (x+2)[\log_2(1-2x) - 1]$

$\Leftrightarrow x[\log_2(1-2x) + 1] < 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > 0 \\ \log_2(1-2x) + 1 < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0 \\ \log_2(1-2x) + 1 > 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 2(1-2x) < 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0 \\ \log_2 2(1-2x) > 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > 0 \\ 2(1-2x) < 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0 \\ 2(1-2x) > 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > \frac{1}{4} \\ x < 0 \end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện (*) ta có: $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$ hoặc $x < 0$.

2/ $\begin{cases} 2^{3x+1} + 2^{y-2} = 3.2^{y+3x} & (1) \\ \sqrt{3x^2 + 1 + xy} = \sqrt{x+1} & (2) \end{cases}$

Phương trình (2) $\Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 \ge 0 \\ 3x^2 + 1 + xy = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ x(3x + y - 1) = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 3x + y - 1 = 0 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ \begin{cases} x \ge -1 \\ y = 1 - 3x \end{cases} \end{array}\right.$$

* Với x = 0 thay vào (1) $2 + 2^{y-2} = 3.2^y \Leftrightarrow 8 + 2^y = 12.2^y \Leftrightarrow 2^y = \frac{8}{11} \Leftrightarrow y = \log_2 \frac{8}{11}$

* Với $\begin{cases} x \geq -1 \\ y = 1-3x \end{cases}$ thay y = 1 – 3x vào (1) ta được: $2^{3x+1} + 2^{-3x-1} = 3.2$

Đặt $t = 2^{3x+1}$ Vì $x \geq -1$ nên $t \geq \frac{1}{4}$

$$(3) \Leftrightarrow t + \frac{1}{t} = 6 \Leftrightarrow t^2 - 6t + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 3 - \sqrt{8} (\text{loại}) \\ t = 3 + \sqrt{8} \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3}\left[\log_2\left(3+\sqrt{8}\right) - 1\right] \\ y = 2 - \log_2(3+\sqrt{8}) \end{cases}$$

212 **1.** Giải phương trình: $\frac{2}{\sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}} = 1 + \sqrt{3+2x-x^2}$

2.Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x\log_2 3 + \log_2 y = y + \log_2 x \\ x\log_3 12 + \log_3 x = y + \log_3 y \end{cases}$.

Giải: 1/ TXĐ: $x \in [-1;3]$ Đặt t= $\sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}$, t > 0 => $\sqrt{3+2x-x^2} = \frac{t^2-4}{2}$

đc pt: t^3 - 2t - 4 = 0 ⇔ t=2 Với t = 2 ⇔ $\sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}$ =2 ⇔ $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.(t/m)$

2/ TXĐ: $\begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x\log_2 3 + \log_2 y = y + \log_2 x \\ x\log_3 12 + \log_3 x = y + \log_3 y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x.y = 2^y.x \\ 12^x.x = 3^y.y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 3^x.y = 2^y.x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \log_{\frac{4}{3}} 2 \\ y = 2\log_{\frac{4}{3}} 2 \end{cases} \text{(t/m TXĐ)}$$

213. Giải bất phương trình: $\frac{\sqrt{51-2x-x^2}}{1-x} < 1$.

Giải:

$$\frac{\sqrt{51-2x-x^2}}{1-x} < 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 1-x<0 \\ 51-2x-x^2 \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 1-x>0 \\ 51-2x-x^2 \geq 0 \\ 51-2x-x^2 < (1-x)^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x>1 \\ x \in \left[-1-\sqrt{52}; -1+\sqrt{52}\right] \end{cases} \\ \begin{cases} x<1 \\ x \in (-\infty;-5) \cup (5;+\infty) \\ x \in \left[-1-\sqrt{52}; -1+\sqrt{52}\right] \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow x \in \left[-1-\sqrt{52};-5\right) \cup \left(1;-1+\sqrt{52}\right]$$

214. a)Giải bất phương trình: $9^{2x-x^2+1} - 34.15^{2x-x^2} + 25^{2x-x^2+1} > 0$

b)Tìm a để hệ phương trình sau có nghiệm : $\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt{y-1} = a \\ x + y = 2a + 1 \end{cases}$

Giải: a) $9^{2x-x^2+1} - 34.15^{2x-x^2} + 25^{2x-x^2+1} > 0 \Leftrightarrow 9.3^{2(2x-x^2)} - 34.3^{2x-x^2}.5^{2x-x^2} + 25.5^{2(2x-x^2)} > 0$

$\Leftrightarrow 9.\left(\frac{3}{5}\right)^{2(2x-x^2)} - 34.\left(\frac{3}{5}\right)^{2x-x^2} + 25 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left(\frac{3}{5}\right)^{2x-x^2} < 1\\ \left(\frac{3}{5}\right)^{2x-x^2} > \frac{25}{9}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-x^2>0\\ 2x-x<-2\end{array}\right. \Leftrightarrow x \in (-\infty;1-\sqrt{3}) \cup (0;2) \cup (1+\sqrt{3};+\infty)$

KL: Bpt có tập nghiệm là T$=(-\infty;1-\sqrt{3}) \cup (0;2) \cup (1+\sqrt{3};+\infty)$

b) đ/k $x \geq -1; y \geq 1$ **.Bất pt** $\Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{y-1}=a\\ (\sqrt{x+1})^2+(\sqrt{y-1})^2=2a+1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{y-1}=a\\ \sqrt{x+1}.\sqrt{y-1}=\frac{1}{2}\left[a^2-(2a+1)\right]\end{cases}$; Vậy

$\sqrt{x+1}$ và $\sqrt{y-1}$ là nghiệm của p/t: $T^2 - aT + \frac{1}{2}(a^2-2a-1)=0$*.Rõ ràng hệ trên có nghiệm khi p/t*

có 2 nghiệm không âm $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta \geq 0\\ S \geq 0\\ P \geq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a^2-2(a^2-2a-1) \geq 0\\ a \geq 0\\ \frac{1}{2}(a^2-2a-1) \geq 0\end{cases} \Leftrightarrow 1+\sqrt{2} \leq a \leq 2+\sqrt{6}$

215. 1/ Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}=2\sqrt{y}\\ \sqrt{x}+\sqrt{5y}=3\end{cases}$ (x, y$\in$ R)

2/ Giải bất phương trình $2^{\log^2_{\sqrt{2}} x} + x^{2\log_2 x} - 20 \leq 0$

Giải:

1/ ĐK: x + y $\geq$ 0 , x - y $\geq$ 0, y $\geq$ 0

PT(1) $\Leftrightarrow 2x+2\sqrt{x^2-y^2}=4y \Leftrightarrow \sqrt{x^2-y^2}=2y-x \Leftrightarrow \begin{cases}2y-x \geq 0 & (3)\\ 5y^2=4xy & (4)\end{cases}$

Từ PT(4) $\Leftrightarrow$ y = 0 v 5y = 4x

Với y = 0 thế vào PT(2) ta có x = 9 (Không thỏa mãn đk (3))

Với 5y = 4x thế vào PT(2) ta có $\sqrt{x}+2\sqrt{x}=3 \Leftrightarrow x=1$

KL: HPT có 1 nghiệm $(x;y)=\left(1;\frac{4}{5}\right)$

2/ Điều kiện: x> 0 ; BPT $\Leftrightarrow 2^{4\log_2^2 x} + x^{2\log_2 x} - 20 \leq 0$ Đặt $t=\log_2 x$. Khi đó $x=2^t$.

BPT trở thành $4^{2t^2}+2^{2t^2}-20 \leq 0$. Đặt y = 2^{2t^2} ; y $\geq$ 1.

BPT trở thành y^2 + y - 20 $\leq$ 0 $\Leftrightarrow$ - 5 $\leq$ y $\leq$ 4.

Đối chiếu điều kiện ta có : $2^{2t^2} \leq 4 \Leftrightarrow 2t^2 \leq 2 \Leftrightarrow t^2 \leq 1 \Leftrightarrow$ - 1 $\leq$ t $\leq$ 1.

Do đó - $1 \le \log_2 x \le 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \le x \le 2$

216. 1/Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + \dfrac{2xy}{x+y} = 1 \\ \sqrt{x+y} = x^2 - y \end{cases}$$

2/ Giải bất phương trình: $\log_{\frac{1}{3}} \log_5 \left(\sqrt{x^2+1} + x \right) > \log_3 \log_{\frac{1}{5}} \left(\sqrt{x^2+1} - x \right)$

Giải:

1/ $\begin{cases} x^2 + y^2 + \dfrac{2xy}{x+y} = 1 \quad (1) \\ \sqrt{x+y} = x^2 - y \quad (2) \end{cases} \qquad (dk\ x+y>0)$

$$(1) \Leftrightarrow (x+y)^2 - 2xy + \frac{2xy}{x+y} - 1 = 0 \Leftrightarrow (x+y)^3 - 2xy(x+y) + 2xy - (x+y) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+y)\left((x+y)^2 - 1\right) - 2xy(x+y-1) = 0 \Leftrightarrow (x+y-1)\left[(x+y)(x+y+1) - 2xy\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y=1 \quad (3) \\ x^2+y^2+x+y=0 \quad (4) \end{array} \right.$$

Dễ thấy (4) vô nghiệm vì x+y>0 ; Thế (3) vào (2) ta được $x^2 - y = 1$

Giải hệ $\begin{cases} x+y=1 \\ x^2 - y = 1 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1; y=0 \\ x=-2; y=3 \end{array} \right.$ ……

2/ $\log_{\frac{1}{3}} \log_5 \left(\sqrt{x^2+1} + x \right) > \log_3 \log_{\frac{1}{5}} \left(\sqrt{x^2+1} - x \right) \quad (1)$

Đk: $x > 0$

$$(1) \Leftrightarrow \log_3 \log_{\frac{1}{5}} \left(\sqrt{x^2+1} - x \right) + \log_3 \log_5 \left(\sqrt{x^2+1} + x \right) < 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3 \left(\log_{\frac{1}{5}} \left(\sqrt{x^2+1} - x \right) . \log_5 \left(\sqrt{x^2+1} + x \right) \right) < 0$$

$$\Leftrightarrow \log_5^2 \left(\sqrt{x^2+1} + x \right) < 1$$

$\Leftrightarrow 0 < \log_5 \left(\sqrt{x^2+1} + x \right) < 1$*) $\qquad 0 < \log_5 \left(\sqrt{x^2+1} + x \right) \Leftrightarrow x > 0$

*) $\log_5 \left(\sqrt{x^2+1} + x \right) < 1 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1} + x < 5 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+1} < 5 - x \Leftrightarrow ... \Leftrightarrow x < \frac{12}{5}$

Vậy BPT có nghiệm $x \in \left(0; \frac{12}{5}\right)$

217.

1. Giải phương trình: $(2-\log_3 x)\log_{9x} 3 - \frac{4}{1-\log_3 x} = 1$

2. Giải bất ph- ơng trình: $\sqrt{x-1} - \sqrt{x-2} \ge \sqrt{x-3}$

3. Giải phương trình : $\log_3(x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) = 2$

Giải:

1. Phương trình: $(2-\log_3 x)\log_{9x} 3 - \frac{4}{1-\log_3 x} = 1$ (1)

$(1) \Leftrightarrow (2-\log_3 x)\frac{1}{\log_3 9x} - \frac{4}{1-\log_3 x} = 1 \Leftrightarrow \frac{2-\log_3 x}{2+\log_3 x} - \frac{4}{1-\log_3 x} = 1$

đặt: t = $\log_3 x$ thành $\frac{2-t}{2+t} - \frac{4}{1-t} = 1 \Leftrightarrow t^2 - 3t - 4 = 0$ (vì t = -2, t = 1 không là nghiệm)

$\Leftrightarrow t = -1$ hay $t = 4$; Do đó, $(1) \Leftrightarrow \log_3 x = -1$ hay $x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$ hay $x = 81$

2. Đk: $x \ge 3$

Bpt $\Leftrightarrow \sqrt{x+1} \ge \sqrt{x-2} + \sqrt{x-3} \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2-5x+6} \le 4-x$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4-x \ge 0 \\ 3x^2 - 12x + 8 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \le x \le 4 \\ \frac{6-2\sqrt{3}}{3} \le x \le \frac{6+2\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Leftrightarrow 3 \le x \le \frac{6+2\sqrt{3}}{3}$$

3. Giải phương trình: $\log_3(x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) = 2$

Đk: $\frac{1}{2} < x \ne 1$; pt $\Leftrightarrow 2\log_3|x-1| + 2\log_3(2x-1) = 2 \Leftrightarrow \log_3|x-1| + \log_3(2x-1) = 1$

$\Leftrightarrow \log_3|x-1|(2x-1) = \log_3 3 \Leftrightarrow |x-1|(2x-1) = 3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} < x < 1 \\ 2x^2 - 3x + 4 = 0 (vn) \end{cases} \text{ hoac } \begin{cases} x > 1 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$$

218. Giải bất ph- ơng trình $\sqrt{\log_2^2 x - \log_2 x^2 - 3} > \sqrt{5}(\log_4 x^2 - 3)$

Giải: ĐK: $\begin{cases} x > 0 \\ \log_2^2 x - \log_2 x^2 - 3 \ge 0 \end{cases}$

Bất ph- ơng trình đã cho t- ơng đ- ơng với $\sqrt{\log_2^2 x - \log_2 x^2 - 3} > \sqrt{5}(\log_2 x - 3)$ (1)

đặt t = $\log_2 x$,

BPT (1) $\Leftrightarrow \sqrt{t^2-2t-3} > \sqrt{5}(t-3) \Leftrightarrow \sqrt{(t-3)(t+1)} > \sqrt{5}(t-3)$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \le -1 \\ \begin{cases} t > 3 \\ (t+1)(t-3) > 5(t-3)^2 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \le -1 \\ 3 < t < 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x \le -1 \\ 3 < \log_2 x < 4 \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < x \le \frac{1}{2} \\ 8 < x < 16 \end{array}\right.$ Vậy BPT đã cho có tập nghiệm là: $(0;\frac{1}{2}] \cup (8;16)$

219 . 1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x^2 + x - \frac{1}{y} = 2 \\ y - y^2x - 2y^2 = -2 \end{cases}$

2.Giải bất phương trình $\dfrac{\log_3(x+1)^2 - \log_4(x+1)^3}{x^2-5x-6} > 0$

Giải

1. ĐK : $y \ne 0$

hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + x - \frac{1}{y} - 2 = 0 \\ \frac{2}{y^2} + \frac{1}{y} - x - 2 = 0 \end{cases}$ đưa hệ về dạng $\begin{cases} 2u^2 + u - v - 2 = 0 \\ 2v^2 + v - u - 2 = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} u = v \\ u = 1 - v \end{array}\right. \\ 2v^2 + v - u - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = v = 1 \\ u = v = -1 \end{array}\right. hoac \begin{cases} u = \frac{3-\sqrt{7}}{2} \\ v = \frac{-1+\sqrt{7}}{2} \end{cases} hoac \begin{cases} u = \frac{3+\sqrt{7}}{2} \\ v = \frac{-1-\sqrt{7}}{2} \end{cases}$$

Từ đó ta có nghiệm của hệ : (-1 ;-1),(1 ;1), $(\frac{3-\sqrt{7}}{2};\frac{2}{\sqrt{7}-1})$, $(\frac{3+\sqrt{7}}{2};\frac{2}{\sqrt{7}+1})$

2. Đk: x > - 1

bất phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{2\log_3(x+1) - \dfrac{3\log_3(x+1)}{\log_3 4}}{(x+1)(x-6)} > 0 \Leftrightarrow \dfrac{\log_3(x+1)}{x-6} < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 6$

220. Giải phương trình :

$$\log^2_{\frac{1}{2}}(5-2x) + \log_2(5-2x).\log_{2x+1}(5-2x) = \log_2(2x-5)^2 + \log_2(2x+1).\log_{\sqrt{2}}(5-2x)$$

Giải: ĐK : $\begin{cases} \frac{-1}{2} < x < \frac{5}{2} \\ x \ne 0 \end{cases}$. Với ĐK trên PT đã cho tương đương với

$$\log_2^2(5-2x)+\frac{\log_2^2(5-2x)}{\log_2(2x+1)}=2\log_2(5-2x)+2\log_2(5-2x)\log_2(2x+1)$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2(2x+1)=-1\\ \log_2(5-2x)=2\log_2(2x+1)\\ \log_2(5-2x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-1}{4}\\ x=\dfrac{1}{2}\vee x=-2\\ x=2\end{array}\right.$$

Kết hợp với ĐK trên PT đã cho có 3 nghiệm x=-1/4 , x=1/2 và x=2

221.

1. Giải hệ ph- ơng trình: $\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{y-1}=4\\ \sqrt{x+6}+\sqrt{y+4}=6\end{cases}$

4. Tìm a để bất ph- ơng trình sau có nghiệm: $\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{x^2+1}>\log_{\frac{1}{3}}(ax+a)$

5. Giải ph- ơng trình: $\left(\sqrt{3}+1\right)^{\log_2 x}+x.\left(\sqrt{3}-1\right)^{\log_2 x}=1+x^2$

Giải:

1. Điều kiện: $x\geq -1,\ y\geq 1$

Cộng vế theo vế rồi trừ vế theo vế ta có hệ

$\begin{cases}\sqrt{x+1}+\sqrt{x+6}+\sqrt{y-1}+\sqrt{y+4}=10\\ \sqrt{x+6}-\sqrt{x+1}+\sqrt{y+4}-\sqrt{y-1}=2\end{cases}$ Đặt u= $\sqrt{x+1}+\sqrt{x+6}$, v = $\sqrt{y-1}+\sqrt{y+4}$. Ta có hệ

$\begin{cases}u+v=10\\ \frac{5}{u}+\frac{5}{v}=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}u=5\\ v=5\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=3\\ y=5\end{cases}$ là nghiệm của hệ

4. Điều kiện: ax + a > 0

Bpt tơng đơng $\sqrt{x^2+1}<a(x+1)$; Nếu a>0 thì x +1 >0.Ta có $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}<a$

Nếu a<0 thì x +1 <0.Ta có $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}>a$; Xét hàm số y = $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ với x $\neq$ - 1

y' = $\dfrac{x-1}{(x+1)^2\sqrt{x^2+1}}$ =0 khi x=1

x	- ∞		-1		1		+ ∞
y'		-	||	-	0	+	

y	-1 ↘	$-\infty$	‖ $+\infty$	↘	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	↗ 1

a> $\frac{\sqrt{2}}{2}$ hoặc a < - 1.

5.Điều kiện : x>0 ; Đặt $\left(\sqrt{3}+1\right)^{\log_2 x}$ =u, $\left(\sqrt{3}-1\right)^{\log_2 x}=v$ ta có pt

u +uv^2 = 1 + u^2 v^2 $\Leftrightarrow$ (uv^2-1)(u — 1) = 0 ; $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u=1 \\ uv^2=1 \end{array}\right.$ . . . x =1

222. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \log_2\sqrt{x+y}=3\log_8(\sqrt{x-y}+2) \\ \sqrt{x^2+y^2+1}-\sqrt{x^2-y^2}=3 \end{cases}$.

Giải

Điều kiện: *x+y>0, x-y>0*

$\begin{cases} \log_2\sqrt{x+y}=3\log_8(2+\sqrt{x-y}) \\ \sqrt{x^2+y^2+1}-\sqrt{x^2-y^2}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+y}=2+\sqrt{x-y} \\ \sqrt{x^2+y^2+1}-\sqrt{x^2-y^2}=3 \end{cases}$

Đặt: $\begin{cases} u=x+y \\ v=x-y \end{cases}$ ta có hệ: $\begin{cases} \sqrt{u}-\sqrt{v}=2\ (u>v) \\ \sqrt{\dfrac{u^2+v^2+2}{2}}-\sqrt{uv}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v=2\sqrt{uv}+4 \\ \sqrt{\dfrac{u^2+v^2+2}{2}}-\sqrt{uv}=3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} u+v=2\sqrt{uv}+4 & (1) \\ \sqrt{\dfrac{(u+v)^2-2uv+2}{2}}-\sqrt{uv}=3\ (2) \end{cases}$. Thế (1) vào (2) ta có:

$\sqrt{uv+8\sqrt{uv}+9}-\sqrt{uv}=3 \Leftrightarrow uv+8\sqrt{uv}+9=(3+\sqrt{uv})^2 \Leftrightarrow uv=0$.Kết hợp (1) ta có:

$\begin{cases} uv=0 \\ u+v=4 \end{cases} \Leftrightarrow u=4, v=0$ (võ *u>v*). Từ đó ta có: *x* =2; *y* =2.(T/m)

KL: Vậy nghiệm của hệ là: (*x; y*)=(2; 2).

Đề số 223 Giải phương trình: $\left|2006-x\right|^{2007}+\left|2007-x\right|^{2006}=1$

Giải Nhận xét :

$\begin{cases} -1\le x-2006\le 1 \\ -1\le x-2007\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow 2006\le x\le 2007$

Ta có : $|2006 - x|^{2007} + |2007 - x|^{2006} \le |2006 - x| + |2007 - x| = x - 2006 + 2007 - x = 1$

Vậy phương trình $\Leftrightarrow |2006 - x|^{2007} = |2006 - x|$ và $|2007 - x|^{2006} = |2007 - x|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 2006-x=0 \\ 2006-x=\pm 1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} 2007-x=0 \\ 2007-x=1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=2006 \\ x=2005 \\ x=2007 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x=2007 \\ x=2006 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \text{ x = 2006 hay x = 2007}$$

224 2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 3^{3x-2y}-5.6^x+4.2^{3x-2y}=0 \\ \sqrt{x-y}=\sqrt{y}+(\sqrt{2y}-\sqrt{x})(\sqrt{2y}+\sqrt{x})^2 \end{cases}$

4. Giải bất phương trình $\dfrac{\log_3(x+1)^2-\log_4(x+1)^3}{x^2-5x-6}>0$

Giải:

2. ĐK: $\begin{cases} x,y\ge 0 \\ x\ge y \end{cases}$

Hệ phương trình $\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{3x-2y}-5.6^x+4.2^{3x-2y}=0 \\ \sqrt{x-y}-\sqrt{y}=(2y-x)(\sqrt{2y}+\sqrt{x}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{3x-2y}-5.6^x+4.2^{3x-2y}=0 \\ x-2y=(2y-x)(\sqrt{2y}+\sqrt{x})(\sqrt{x-y}+\sqrt{y}) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{3x-2y}-5.6^x+4.2^{3x-2y}=0 \\ (2y-x)[(\sqrt{2y}+\sqrt{x})(\sqrt{x-y}+\sqrt{y})+1]=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{3x-2y}-5.6^x+4.2^{3x-2y}=0 \\ 2y-x=0 \end{cases}$

(do $\sqrt{2y}+\sqrt{x})(\sqrt{x-y}+\sqrt{y})+1\neq 0$)

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{3x-2y}-5.6^x+4.2^{3x-2y}=0 \\ 2y=x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{2x}-5.6^x+4.2^{2x}=0 \ \ (1) \\ 2y=x \ \ (2) \end{cases}$

Giải (1): $3^{2x}-5.6^x+4.2^{2x}=0 \Leftrightarrow (\frac{3}{2})^{2x}-5.(\frac{3}{2})^x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (\frac{3}{2})^x=1 \\ (\frac{3}{2})^x=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\log_{\frac{3}{2}}4 \end{array}\right.$

Với x 0 thay vao (2) ta được y = 0

Với $x=\log_{\frac{3}{2}}4$ thay vao (2) ta được y = $\frac{1}{2}\log_{\frac{3}{2}}4$

Kết hợp với điều kiện ta được nghiệm của phương trình là $x=\log_{\frac{3}{2}}4$,y = $\frac{1}{2}\log_{\frac{3}{2}}4$

4. Đk: x > - 1 ; bất phương trình $\Leftrightarrow \dfrac{2\log_3(x+1)-\dfrac{3\log_3(x+1)}{\log_3 4}}{(x+1)(x-6)}>0$

$\Leftrightarrow \dfrac{\log_3(x+1)}{x-6}<0 \Leftrightarrow 0<x<6$

225 Giải phương trình: $x^2-4x-3=\sqrt{x+5}$

Giải $x^2 - 4x + 3 = \sqrt{x+5}$ (1)

TX§ : $D = [-5;+\infty)$; $(1) \Leftrightarrow (x-2)^2 - 7 = \sqrt{x+5}$

đặt $y - 2 = \sqrt{x+5}$, $y \ge 2 \Rightarrow (y-2)^2 = x+5$

Ta có hệ

$$\begin{cases}(x-2)^2 = y+5\\(y-2)^2 = x+5\\y \ge 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x-2)^2 = y+5\\(x-y)(x+y+3) = 0\\y \ge 2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}\begin{cases}(x-2)^2 = y+5\\x-y=0\end{cases}\\\begin{cases}(x-2)^2 = y+5\\x+y+3=0\end{cases}\end{array}\right.\\y \ge 2\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x = \dfrac{5+\sqrt{29}}{2}\\x = -1\end{array}\right.$$

Đề số 226.

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases}x+y=2\\4x^2+y^2 = 5(2x-y)\sqrt{xy}\end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$

4.Giải phương trình: $2\log_2^2(x-2) + (4x-7)\log_2(x-2) + 2(x-2) = 0$.

5. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}\log_{\sqrt{2}}(x+y)+1 = \log_2(7x+y)+\log_2 y\\\log_2(3x-y-2) = 2x-2y+4\end{cases}$

Giải:

2. ĐK $xy \ge 0$

$4x^2 + y^2 = 5(2x-y)\sqrt{xy}$

$\Leftrightarrow (2x-y)^2 + 4xy = 5(2x-y)\sqrt{xy} \Leftrightarrow (2x-y-\sqrt{xy})(2x-y-4\sqrt{xy}) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x-y-\sqrt{xy}=0\\2x-y-4\sqrt{xy}=0\end{array}\right.$ Với

$2x-y-\sqrt{xy} = 0$ ta có $\begin{cases}x+y=2\\3x-2=\sqrt{2x-x^2}\end{cases}$ $\Leftrightarrow x = y = 1$ (thoả mãn)

Với $2x-y-\sqrt{xy} = 0$ ta có $\begin{cases}x+y=2\\3x-2=4\sqrt{2x-x^2}\end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases}x = \dfrac{22+8\sqrt{6}}{25}\\y = \dfrac{22-8\sqrt{6}}{25}\end{cases}$ (thoả mãn)

Vậy hệ phương trình có hai nghiệm.

4/Điều kiện: $x > 2$, phương trình đã cho tương đương với:

$(2\log_2(x-2)+1).(\log_2(x-2)+2x-4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2\log_2(x-2)+1=0\\\log_2(x-2)+2x-4=0\end{array}\right.$

Với $2\log_2(x-2)+1=0$ ta có $x = 2+\dfrac{1}{\sqrt{2}}$, thoả mãn.

Với $\log_2(x-2)+2x-4=0$, ta có $y=\log_2(x-2)+2x-4$ là hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$ nên $x=\frac{5}{2}$ là nghiệm duy nhất. Vậy phương trình có hai nghiệm $x=2+\frac{1}{\sqrt{2}}$ và $x=\frac{5}{2}$

5. Điều kiện $\begin{cases} x+y>0 \\ 7x+y>0 \\ y>0 \end{cases}$; Biến đổi phương trình đầu ta được $\log_2 2(x+y)^2=\log_2(7x+y)y$

$$2x^2-3xy+y^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=x \\ y=2x \end{array}\right.$$

Với $y=x$ thế vào phương trình thứ hai ta được $\log_2(2x-2)=4 \Leftrightarrow x=9$
suy ra $x=y=9$, thoả mãn điều kiện.

Với $y=2x$ thế vào phương trình thứ hai ta được $\log_2(x-2)=4-2x \Leftrightarrow \log_2(x-2)+2x-4=0$
$y=\log_2(x-2)+2x-4$ là hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$ nên $x=\frac{5}{2}$ là nghiệm duy nhất.

Suy ra $\begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=5 \end{cases}$, thoả mãn điều kiện. Vậy hệ đã cho có hai nghiệm $\begin{cases} x=9 \\ y=9 \end{cases}$ và $\begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=5 \end{cases}$

Đề số 227 .

5.. Giải bất phương trình: $(\log_x 8+\log_4 x^2)\log_2\sqrt{2x}\geq 0$

Giải:

5) Điều kiện x > 0 , x ≠ 1

$$(1) \Leftrightarrow \left(\frac{1}{\log_8 x}+2\log_4 x\right)\frac{1}{2}\log_2 2x \geq 0 \quad \Leftrightarrow \left(\frac{1}{\frac{1}{3}\log_2 x}+\log_2 x\right)\ \log_2 x+1\ \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_2^2 x+3)\left(\frac{\log_2 x+1}{\log_2 x}\right)\geq 0 \Leftrightarrow \frac{\log_2 x+1}{\log_2 x}\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>1 \\ 0<x\leq \frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Đề số 228.

1. Giải bất phương trình: $\sqrt{5}-1\ ^{x}+\ \sqrt{5}+1\ ^{x}-2^{x+\frac{3}{2}}\leq 0$

4.. Giải phương trình: $\log_2(4^x+1)=\log_2(2^{2x+3}-6)+x$

Giải:

1) $\sqrt{5}-1\ ^{x}+\ \sqrt{5}+1\ ^{x}-2^{x+\frac{3}{2}}\leq 0 \Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^x+\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^x-2\sqrt{2}\leq 0$

__Đáp số__: $\log_{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}(\sqrt{2}-1)\leq x\leq \log_{\frac{\sqrt{5}+1}{2}}(\sqrt{2}+1)$

4/ Pt $\Leftrightarrow 4^x+1=2^x(2^{2x+3}-6) \Leftrightarrow$ x = 0

Đề số 229.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^3 - 6x^2y + 9xy^2 - 4y^3 = 0 \\ \sqrt{x-y} + \sqrt{x+y} = 2 \end{cases}$

Giải:

2) $x^3 - 6x^2y + 9xy^2 - 4y^3 = 0 \Leftrightarrow (x-y)^2(x-4y) = 0$ *) x = y nghiệm x = y = 2 *) x = 4y nghiệm $\begin{cases} x = 32 - 8\sqrt{15} \\ y = 8 - 2\sqrt{15} \end{cases}$

Đề số 230. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2 + y^2 + \dfrac{2xy}{x+y} = 1 \\ \sqrt{x+y} = x^2 - y \end{cases}$

Giải:

2) $\begin{cases} x^2 + y^2 + \dfrac{2xy}{x+y} = 1 \ (1) \\ \sqrt{x+y} = x^2 - y \quad (2) \end{cases}$ Điều kiện: x + y > 0.

(1) $\Leftrightarrow (x + y - 1)(x^2 + y^2 + x + y) = 0 \Leftrightarrow x + y - 1 = 0 \Leftrightarrow y = 1 - x$

Thay vào (2) ta được: $x^2 + x - 2 = 0$

Hệ có hai nghiệm: (1;0), (- 2;3)

Đề số 231. Giaûi baát phöông trình: $3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 162$

Giải: Nghiệm x = 9; x = 1/9

Đề số232.

1.Giải bất phương trình: $\sqrt{2x^2 + 8x + 6} + \sqrt{x^2 - 1} \le 2x + 2$

4. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 4^{\log_3 xy} = 2 + (xy)^{\log_3 2} \\ \log_4(x^2 + y^2) + 1 = \log_4 2x + \log_4(x + 3y) \end{cases}$ (*)

Giải:

1) Điều kiện: $\begin{cases} 2x^2 + 8x + 6 \ge 0 \\ x^2 - 1 \ge 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ x ≤ - 3 hoặc x ≥ 1 hoặc x = -1

$\sqrt{2x^2 + 8x + 6} + \sqrt{x^2 - 1} \le 2x + 2 \Leftrightarrow \sqrt{x+1}\ \left(\sqrt{2x+6} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x+1}\right) \le 0$

Giải tiếp tục nghiệm: x = ± 1

4. (ĐK: x . 0 và y > 0) **(*)** $\Leftrightarrow \begin{cases} 4^{\log_3 xy} = 2 + 2^{\log_3 xy} \\ 4(x^2 + y^2) = 2x(x + 3y) \end{cases}$ nghiệm **:** $\sqrt{3};\sqrt{3}$, $\left(\sqrt{6};\dfrac{\sqrt{6}}{2}\right)$

Đề số 233. Giải hệ phương trình : $\begin{cases} (x^4 + y)\,3^{y - x^4} = 1 \\ 8(x^4 + y) - 6^{x^4 - y} = 0 \end{cases}$

Giải: $\begin{cases} x = \pm\sqrt[4]{15} \\ y = 12 \end{cases}$

Đề số 234. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 + y^3 = 1 \\ x^2y + 2xy^2 + y^3 = 2 \end{cases}$

Giải:

$$2.\begin{cases} 2x + \dfrac{1}{y} = \dfrac{3}{x} \\ 2y + \dfrac{1}{x} = \dfrac{3}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-y) + \left(\dfrac{1}{y} - \dfrac{1}{x}\right) = \left(\dfrac{3}{x} - \dfrac{3}{y}\right) \\ 2x + \dfrac{1}{y} = \dfrac{3}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x-y) = -\dfrac{4(x-y)}{xy} \\ 2x + \dfrac{1}{y} = \dfrac{3}{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = y \\ xy = -2 \end{array}\right. \\ 2x + \dfrac{1}{y} = \dfrac{3}{x} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = y \\ 2x + \dfrac{1}{x} = \dfrac{3}{x} \end{cases} \\ \begin{cases} y = -\dfrac{2}{x} \\ 2x - \dfrac{x}{2} = \dfrac{3}{x} \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = y = 1 \\ x = y = -1 \\ x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2}, y = \sqrt{2} \end{array}\right.$$

Đề số 235 Giải phương trình: $2\log_5(3x-1) + 1 = \log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1)$.

Giải:

Điều kiện $x > \dfrac{1}{3}$. (*)

Với đk trên, pt đã cho $\Leftrightarrow \log_5(3x-1)^2 + 1 = 3\log_5(2x+1)$

$\Leftrightarrow \log_5 5(3x-1)^2 = \log_5(2x+1)^3 \Leftrightarrow 5(3x-1)^2 = (2x+1)^3$

$$\Leftrightarrow 8x^3 - 33x^2 + 36x - 4 = 0 \Leftrightarrow x-2)^2(8x-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \dfrac{1}{8} \end{array}\right.$$

Đối chiếu điều kiện (*), ta có nghiệm của pt là $x = 2$.

236. ***1.*** Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{x-y} = 2\sqrt{y} \\ \sqrt{x} + \sqrt{5y} = 3 \end{cases}$ (x, y∈ R)

4. Giải bất phương trình $2^{\log^2_{\sqrt{2}} x} + x^{2\log_2 x} - 20 \le 0$

Giải:

2. **ĐK:** x + y ≥ 0 , x - y ≥ 0, y ≥ 0

PT(1) $\Leftrightarrow 2x + 2\sqrt{x^2 - y^2} = 4y \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - y^2} = 2y - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2y - x \ge 0 & (3) \\ 5y^2 = 4xy & (4) \end{cases}$

Từ PT(4) ⇔ y = 0 v 5y = 4x

Với y = 0 thế vào PT(2) ta có x = 9 (Không thỏa mãn đk (3))

Với 5y = 4x thế vào PT(2) ta có $\sqrt{x}+2\sqrt{x}=3 \Leftrightarrow x=1$

KL: HPT có 1 nghiệm $(x;y)=\left(1;\dfrac{4}{5}\right)$

1. Điều kiện: x> 0 ; BPT $\Leftrightarrow$ $2^{4\log_2^2 x}+x^{2\log_2 x}-20\le 0$

Đặt $t=\log_2 x$. Khi đó $x=2^t$.

BPT trở thành $4^{2t^2}+2^{2t^2}-20\le 0$. Đặt y = 2^{2t^2} ; y ≥ 1. BPT trở thành y^2 + y - 20 ≤ 0 ⇔ - 5 ≤ y ≤ 4.

Đối chiếu điều kiện ta có : $2^{2t^2}\le 4 \Leftrightarrow 2t^2\le 2 \Leftrightarrow t^2\le 1$ ⇔ - 1 ≤ t ≤ 1.

Do đó - 1 ≤ $\log_2 x$ ≤ 1 ⇔ $\dfrac{1}{2}\le x\le 2$

Đề số 237.

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2-3x(y-1)+y^2+y(x-3)=4 \\ x-xy-2y=1 \end{cases}$ $(x,y\in \mathbb{R})$

4. Giải phương trình: $(3^x-2)\log_3\dfrac{x-1}{3}=4-\dfrac{2}{3}.9^{\frac{x+1}{2}}$

Giải:

2/ x^2 -3x(y-1) + y^2 + y(x-3) = 0 ⇔ $(x-y)^2$ + 3(x-y) - 4 + 0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-y=1 \\ x-y=-4 \end{array}\right.$

* Với x- y = 1, ta có $\begin{cases} x-y=1 \\ x-xy-2y=1 \end{cases}$ ⇔ x = 1; y = 0 và x= -1; y = -2

* Với x - y = -4 ta có $\begin{cases} x-y=-4 \\ x-xy-2y=1 \end{cases}$ (Hệ PT vô nghiệm)

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm (x; y) = (1; 0) và (x; y) = (-1; -2)

4.Điều kiện: $x>1$ Thì Pt

$\Leftrightarrow (3^x-2)\log_3\dfrac{x-1}{3}=4-\dfrac{2}{3}.9^{\frac{x+1}{2}} \Leftrightarrow (3^x-2)[\log_3(x-1)-\log_3 3]=4-\dfrac{2}{3}3^{x+1}$

$\Leftrightarrow (3^x-2)[\log_3(x-1)-1]=4-2.3^x \Leftrightarrow (3^x-2)\log_3(x-1)+3^x-2=0$

$\Leftrightarrow (3^x-2)[\log_3(x-1)+1]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x-2=0 \\ \log_3(x-1)=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\log_3 2 \\ x=\dfrac{4}{3} \end{array}\right.$; Vậy PT có nghiệm $x=\dfrac{4}{3}$

Đề số 238 .

1. Giải phương trình $2x^2+x+\sqrt{x^2+3}+2x\sqrt{x^2+3}=9$.

4. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 4x^2-y^2=2 \\ \log_2(2x+y)-\log_3(2x-y)=1 \end{cases}$

Giải:

1/ Đặt $u=\sqrt{x^2+3}>0$ ta có $u^2=x^2+3$. Kết hợp với pt đã cho ta có hệ

$\begin{cases} x(2x+1)+u(2x+1)=9 \\ (u-x)(u+x)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2x+1)(u+x)=9 \\ (u-x)(u+x)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[(u+x)+1-(u-x)\right](u+x)=9 \\ (u-x)(u+x)=3 \end{cases}.$

Đặt $\begin{cases} u+x=a \\ u-x=b \end{cases}$, ta có hệ $\begin{cases} (a-b+1)a=9 \\ ab=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=-4 \\ b=\dfrac{-3}{4} \end{cases}.$

Nếu $\begin{cases} a=3 \\ b=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2+3}+x=3 \\ \sqrt{x^2+3}-x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2+3}=3-x \\ \sqrt{x^2+3}=1+x \end{cases} \Leftrightarrow x=1$

Nếu $\begin{cases} a=-4 \\ b=\dfrac{-3}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2+3}+x=-4 \ (*) \\ \sqrt{x^2+3}-x=\dfrac{-3}{4} \end{cases}$ (I)

Ta có $\sqrt{x^2+3}>|x| \Rightarrow \sqrt{x^2+3}+x>|x|+x\ge 0 \Rightarrow$ (*) vô nghiệm $\Rightarrow$ hệ (I) vô nghiệm.

Vậy, pt đã cho có nghiệm duy nhất $x=1$.

(***Các cách khác:***

+ ***Đặt*** $t=x+\sqrt{x^2+3}$

+ ***Biến đổi pt thành*** $(2x+1)\sqrt{x^2+3}=9-x-2x^2$***, đặt đk rồi bình phương hai vế.***

+ ***Biến đổi pt thành*** $(2x+1)\left(\sqrt{x^2+3}+x\right)=9$***, nhân 2 vế với*** $\sqrt{x^2+3}-x\ne 0,\forall x$ ***)***

4/ $\begin{cases} 4x^2-y^2=2 & (1) \\ \log_2(2x+y)-\log_3(2x-y)=1 & (2) \end{cases}$ (I). Đk: $\begin{cases} 2x+y>0 \\ 2x-y>0 \end{cases}$

$(1) \Leftrightarrow \log_2(4x^2-y^2)=\log_2 2 \Leftrightarrow \log_2(2x+y)+\log_2(2x-y)=1$ (3)

(2) và $(3) \Rightarrow \log_2(2x-y)+\log_3(2x-y)=0$

$\Leftrightarrow \log_2(2x-y)+\log_2 3.\log_3(2x-y)=0 \Leftrightarrow \log_2(2x-y)\left[1+\log_2 3\right]=0$

$\Leftrightarrow \log_2(2x-y)=0 \Leftrightarrow 2x-y=1$

Vậy, Hệ (I) $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=1 \\ 4x^2-y^2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=1 \\ 2x+y=2 \end{cases} (tm) \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{4} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}.$

Vậy nghiệm hệ pt là $(x;y)=\left(\frac{3}{4};\frac{1}{2}\right)$.

Đề số 239. 1. Giải bất phương trình $\dfrac{\sqrt{-2x^2+5x+3}-2+3x+6x.5^{-x}}{3x.5^{-x}-1}<2$

2. Giải phương trình $\dfrac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3)+\dfrac{1}{4}\log_4(x-1)^8=\log_2(4x)$ (2)

Giải:

2. Giải phương trình $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3)+\frac{1}{4}\log_4(x-1)^8=\log_2(4x)$ (2)

Điều kiện: $0<x\neq 1$; $(2)\Leftrightarrow (x+3)|x-1|=4x$

Trường hợp 1: $x>1$ $(2)\Leftrightarrow x^2-2x=0\Leftrightarrow x=2$

Trường hợp 1: $0<x<1$ $(2)\Leftrightarrow x^2+6x-3=0\Leftrightarrow x=2\sqrt{3}-3$

Vậy tập nghiệm của (2) là $T=\{2;2\sqrt{3}-3\}$

Đề số 240.

1/ Giải ph- ơng trình : $3x\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right)+(4x+2)\left(1+\sqrt{1+x+x^2}\right)=0$

2/ Giải hệ ph- ơng trình : $\begin{cases}4^{xy^2-y^4}=2^{y^6-x^3}\\ \sqrt{4x+5}+\sqrt{y^2+8}=6\end{cases}$

Giải:

1/ Ph- ơng trình $\Leftrightarrow 3x\left(2+\sqrt{9x^2+3}\right)=-(2x+1)\left(2+\sqrt{4+4x+4x^2}\right)$

$\Leftrightarrow 3x\left(2+\sqrt{(3x)^2+3}\right)=-(2x+1)\left(2+\sqrt{(2x+1)^2+3}\right)$

Xét hàm số $f(t)=t\left(2+\sqrt{(t)^2+3}\right)$ có $f'(t)=\left(2+\sqrt{(t)^2+3}\right)+\frac{t^2}{\sqrt{t^2+3}}\succ 0$ với $\forall t$

Vậy hàm số đồng biến nên: $f(3x)=f(-2x-1)\Leftrightarrow 3x=-2x-1\Leftrightarrow x=-\frac{1}{5}$

Vậy ph- ơng trình có nghiệm $x=-\frac{1}{5}$

2/ Hệ ph- ơng trình $\Leftrightarrow \begin{cases}2^{2(xy^2-y^4)}=2^{y^6-x^3}\ (1)\\ \sqrt{4x+5}+\sqrt{y^2+8}=6(2)\end{cases}$

từ(1) $\Leftrightarrow 2y^2(x-y^2)=(y^2-x)(y^4+xy^2+x^4)$

$\Leftrightarrow (y^2-x)(y^4+xy^2+x^4+2y^2)=0\Leftrightarrow x=y^2$ thế vào (2) ta đ- ợc :

$\sqrt{4x+5}+\sqrt{x+8}=6\Leftrightarrow x=1\Leftrightarrow y=\pm 1$

Vậy hệ có nghiệm (1;1) và (1;-1)

Đề số 241.

2. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}x^2-3x(y-1)+y^2+y(x-3)=4\\ x-xy-2y=1\end{cases}$ $(x,y\in R)$

4/ Giải phương trình: $(3^x-2)\log_3\frac{x-1}{3}=4-\frac{2}{3}.9^{\frac{x+1}{2}}$

Giải:

2/ x^2 -3x(y-1) + y^2 + y(x-3) = 0 $\Leftrightarrow$ $(x-y)^2$ + 3(x-y) - 4 + 0

$\left[\begin{array}{l} x-y=1 \\ x-y=-4 \end{array}\right.$

* Với x- y = 1, ta có $\begin{cases} x-y=1 \\ x-xy-2y=1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow$ x = 1; y = 0 và x= -1; y = -2

* Với x - y = -4 ta có $\begin{cases} x-y=-4 \\ x-xy-2y=1 \end{cases}$ (Hệ PT vô nghiệm)

Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm (x; y) = (1; 0) và (x; y) = (-1; -2)

4/ Điều kiện: $x > 1$

$(3^x-2)\log_3\frac{x-1}{3}=4-\frac{2}{3}.9^{\frac{x+1}{2}} \Leftrightarrow (3^x-2)\left[\log_3(x-1)-\log_3 3\right]=4-\frac{2}{3}3^{x+1}$

$\Leftrightarrow (3^x-2)\left[\log_3(x-1)-1\right]=4-2.3^x \Leftrightarrow (3^x-2)\log_3(x-1)+3^x-2=0$

$\Leftrightarrow (3^x-2)\left[\log_3(x-1)+1\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x-2=0 \\ \log_3(x-1)=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\log_3 2\ (loai) \\ x=\frac{4}{3} \end{array}\right.$

Vậy PT có nghiệm $x=\frac{4}{3}$

Đề số 242. Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2+2x+92}\ge x^2+2x+\sqrt{x-1}+1$

Giải: Điều kiện: $x\ge 1$

Bất phương trình $\Leftrightarrow \sqrt{x^2+2x+92}-10\ge (x^2+2x-8)+(\sqrt{x-1}-1)$

$\Leftrightarrow \frac{x^2+2x-8}{\sqrt{x^2+2x+92}+10}\ge (x-2)(x+4)+\frac{x-2}{\sqrt{x-1}+1}$

$\Leftrightarrow (x-2)\left[\frac{x+4}{\sqrt{x^2+2x+92}+10}-(x+4)-\frac{1}{\sqrt{x-1}+1}\right]\ge 0$

$\Leftrightarrow (x-2)\left[(x+4)(\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+92}+10}-1)-\frac{1}{\sqrt{x-1}+1}\right]\ge 0$

Ta có: $(x+4)(\frac{1}{\sqrt{x^2+2x+92}+10}-1)-\frac{1}{\sqrt{x-1}+1}<0, \forall x\ge 1$

Do đó bất phương trình $\Leftrightarrow x-2\le 0 \Leftrightarrow x\le 2$

Kết hợp với điều kiện ta có nghiệm bất phương trình là: $1\le x\le 2$

Đề số 243. Giải bất phương trình sau: $\frac{\sqrt{-2x^2+5x+3}-2+3x+6x.5^{-x}}{3x.5^{-x}-1}<2$

4. Giải phương trình $4x^2-6^{\log_2 x}=2.3^{\log_2 4x^2}$

5. Giải hệ phương trình $\begin{cases} \dfrac{\log_2 x}{1+\log_2^2 x}+\dfrac{\log_2 y}{1+\log_2^2 y}=\dfrac{9}{10} \\ \left(1+\log_x 2.\log_y 2\right).\log_2(xy)=\dfrac{9}{2} \end{cases}$

Giải:

2/ Điều kiện: $-\dfrac{1}{2}\le x\le 3$. Bất phương trình tương đương với

$$\frac{5^x\sqrt{-2x^2+5x+3}+(3x-2)5^x+6x}{3x.-5^x}<2 \Leftrightarrow \frac{5^x\sqrt{(3-x)(2x+1)}+3x.5^x}{3x-5^x}<0 \quad (1)$$

Xét hàm số $g(x)=3x-5^x$, $g'(x)=3-5^x.\ln 5, g(x)=0 \Leftrightarrow x=\log_5\left(\dfrac{\ln 5}{3}\right)$.

Lập bảng biến thiên, ta thấy $g(x)\le g\left(\log_5\left(\dfrac{\ln 5}{3}\right)\right)<0$

$(1) \Leftrightarrow \sqrt{(3-x)(2x+1)}+3x>0$ (vì $5^x>0$) $\Leftrightarrow x>\dfrac{5-\sqrt{157}}{22}$

Vậy nghiệm của bất phương trình là: $T=\left(\dfrac{5-\sqrt{157}}{22};3\right]$

4/ Điều kiện $x>0$

$$4x^2-6^{\log_2 x}=2.3^{\log_2 4x^2} \Leftrightarrow 2^{\log_2 4x^2}-6^{\log_2 x}=2.3^{\log_2 4x^2} \Leftrightarrow 2^{2\log_2 2x}-\frac{6^{1+\log_2 x}}{6}-2.3^{2\log_2 2x}=0$$

$$\Leftrightarrow 6.2^{2\log_2 2x}-6^{1+\log_2 x}-12.3^{2\log_2 2x}=0 \Leftrightarrow 6.\left(\frac{2}{3}\right)^{2\log_2 2x}-\left(\frac{2}{3}\right)^{\log_2 2x}-12=0 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{\log_2 2x}=\frac{3}{2} \Leftrightarrow x=\frac{1}{4}$$

5/ Điều kiện: $0<x,y\ne 1$. Đặt $a=\log_2 x; b=\log_2 y$.

Khi đó, hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} \dfrac{a}{1+a^2}+\dfrac{b}{1+b^2}=\dfrac{9}{10} & (*) \\ \left(1+\dfrac{1}{ab}\right)(a+b)=\dfrac{9}{2} & (**) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10(a+b)(1+ab)=9\left(1+a^2\right)\left(1+b^2\right) & (1) \\ 2(a+b)(1+ab)=9ab & (2) \end{cases}$$

Lấy phương trình (1) chia vế theo vế (2) ta được: $5ab=\left(1+a^2\right)\left(1+b^2\right) \Leftrightarrow \dfrac{5a}{1+a^2}=\dfrac{1+b^2}{b}$ (3)

Từ (*), ta suy ra $\dfrac{a}{1+a^2}=\dfrac{9}{10}-\dfrac{b}{1+b^2}$.

Thay vào (3), ta có: $5\left(\dfrac{9}{10}-\dfrac{b}{1+b^2}\right)=\dfrac{1+b^2}{b} \Leftrightarrow \dfrac{1+b^2}{b}+5\dfrac{b}{1+b^2}-\dfrac{9}{2}=0$ (4)

Đặt $t=\dfrac{1+b^2}{b}$. Phương trình (4) trở thành: $t+\dfrac{5}{t}-\dfrac{9}{2}=0 \Leftrightarrow 2t^2-9t+10=0 \Leftrightarrow t=2; t=\dfrac{5}{2}$.

Với $t=2\Rightarrow\left(b^2-2b+1\right)=0\Leftrightarrow b=1\Rightarrow y=2\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{2}\\x=4\end{array}\right.$

Với $t=\frac{5}{2}\Rightarrow 2b^2-5b+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=2\Rightarrow y=4,x=2\\b=\frac{1}{2}\Rightarrow y=\sqrt{2},x=2\end{array}\right.$

Vậy hệ có nghiệm $(x;y)=(2;4);(2;\sqrt{2})\left(\sqrt{2};4\right),\left(4;2\right)$.

Đề số244. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}8x^3y^3+27=18y^3 (1)\\4x^2y+6x=y^2 \quad (2)\end{cases}$

Giải: Giải hệ phương trình: $\begin{cases}8x^3y^3+27=18y^3 (1)\\4x^2y+6x=y^2 \quad (2)\end{cases}$

(1) $\Rightarrow$ y $\neq$ 0

Hệ $\Leftrightarrow\begin{cases}8x^3+\dfrac{27}{y^3}=18\\\dfrac{4x^2}{y}+\dfrac{6x}{y^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(2x)^3+\left(\dfrac{3}{y}\right)^3=18\\2x.\dfrac{3}{y}\left(2x+\dfrac{3}{y}\right)=3\end{cases}$

Đặt a = 2x; b = $\frac{3}{y}$. Ta có hệ: $\begin{cases}a^3+b^3=18\\ab(a+b)=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+b=3\\ab=1\end{cases}$

$\rightarrow$ Hệ đã cho có 2 nghiệm $\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{4};\dfrac{6}{3+\sqrt{5}}\right),\left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{4};\dfrac{6}{3-\sqrt{5}}\right)$

Đề số 245 . Giải phương trình: $2\log_5(3x-1)+1=\log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1)$.

Giải Giải phương trình: $2\log_5(3x-1)+1=\log_{\sqrt[3]{5}}(2x+1)$.

Điều kiện $x>\frac{1}{3}$. (*)

Với đk trên, pt đã cho $\Leftrightarrow\log_5(3x-1)^2+1=3\log_5(2x+1)$

$\Leftrightarrow\log_5 5(3x-1)^2=\log_5(2x+1)^3$

$\Leftrightarrow 5(3x-1)^2=(2x+1)^3$

$\Leftrightarrow 8x^3-33x^2+36x-4=0$

$\Leftrightarrow (x-2)^2(8x-1)=0$ Đối chiếu điều kiện (*), ta có nghiệm của pt là $x=2$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=\frac{1}{8}\end{array}\right.$

Đề số 246 Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x-1)(y-1)(x+y-2)=6\\x^2+y^2-2x-2y-3=0\end{cases}$

Giải Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x-1)(y-1)(x+y-2)=6\\x^2+y^2-2x-2y-3=0\end{cases}$

Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases}(x-1)(y-1)(x-1+y-1)=6\\(x-1)^2+(y-1)^2-5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}uv(u+v)=6\\u^2+v^2-5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}uv(u+v)=6\\(u+v)^2-2uv-5=0\end{cases}$ với $\begin{cases}u=x-1\\v=y-1\end{cases}$

Đặt: $\begin{cases}S=u+v\\P=u.v\end{cases}$ được $\begin{cases}P.S=6\\S^2-2P-5=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}S=3\\P=2\end{cases}$

u, v là nghiệm của phương trình: $X^2 - 3X + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}X=1\\X=2\end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases}x-1=2\\y-1=1\end{cases} \vee \begin{cases}x-1=1\\y-1=2\end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ: (3 ; 2), (2 ; 3)

Đề số247.

3. Giải phương trình: $\log_3\left(x^2+x+1\right)-\log_3 x = 2x-x^2$

4. Giải bất phương trình: $(\log_x 8+\log_4 x^2)\log_2\sqrt{2x} \geq 0$

Giải

3. Giải phương trình: $\log_3\left(x^2+x+1\right)-\log_3 x = 2x-x^2$

$\Leftrightarrow \log_3\dfrac{x^2+x+1}{x} = x\left(2-x\right) \Leftrightarrow 3^{x(2-x)} = x+1+\dfrac{1}{x}$

Đặt:f(x)= $3^{x(2-x)}$ g(x)= $x+1+\dfrac{1}{x}$ $(x\neq 0)$

Dùng pp kshs =>max f(x)=3; min g(x)=3=>PT f(x)= g(x) $\Leftrightarrow$ max f(x)= min g(x)=3 tại x=1

=>PT có nghiệm x= 1

4/ Giải bất phương trình: $(\log_x 8+\log_4 x^2)\log_2\sqrt{2x} \geq 0$

Điều kiện x > 0 , x ≠ 1

$$(1) \Leftrightarrow \left(\frac{1}{\log_8 x}+2\log_4 x\right)\frac{1}{2}\log_2 2x \geq 0 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{\frac{1}{3}\log_2 x}+\log_2 x\right)(\log_2 x+1) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (\log_2^2 x+3)\left(\frac{\log_2 x+1}{\log_2 x}\right) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{\log_2 x+1}{\log_2 x} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x \leq -1 \text{ hay } \log_2 x > 0 \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{1}{2} \text{ hay } x > 1$$

Đề số248 .

1/ Giải các phương trình

2. $\log_3(x^2+5x+6)+\log_3(x^2+9x+20) = 1+\log_3 8$

Giải:

+ Điều kiện : $\begin{cases} x^2+5x+6>0 \\ x^2+9x+20>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<-3 \vee x>-2 \\ x<-5 \vee x>-4 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-5 \\ -4<x<-3 \\ x>-2 \end{array}\right.$, và có : $1+\log_3 8=\log_3 24$

+ PT (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3\left[(x^2+5x+6)(x^2+9x+20)\right]=\log_3 24 \\ (x<-5)\vee(-4<x<-3)\vee(x>-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x^2+5x+6)(x^2+9x+20)=24 \\ (x<-5)\vee(-4<x<-3)\vee(x>-2) \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+2)(x+3)(x+4)(x+5)=24 \ (*) \\ (x<-5)\vee(-4<x<-3)\vee(x>-2) \ (**) \end{cases}$

+ Đặt $t=(x+3)(x+4)=x^2+7x+12 \Rightarrow (x+2)(x+5)=t-2$, PT (*) trở thành :

t(t-2) = 24 $\Leftrightarrow (t-1)^2=25 \Leftrightarrow t=6 \vee t=-4$

- t = 6 : $x^2+7x+12=6 \Leftrightarrow x^2+7x+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-6 \end{array}\right.$ (thỏa đkiện (**))
- t = - 4 : $x^2+7x+12=-4 \Leftrightarrow x^2+7x+16=0$: vô nghiệm

+ Kết luận : PT có hai nghiệm là x = -1 và x = - 6

Đề số 249. **1.**Giải phương trình $x^{\log_2 9}=x^2.3^{\log_2 x}-x^{\log_2 3}$

2. . Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 4xy+4(x^2+y^2)+\dfrac{3}{(x+y)^2}=7 \\ 2x+\dfrac{1}{x+y}=3 \end{cases}$

Giải:

1. Giải phương trình $x^{\log_2 9}=x^2.3^{\log_2 x}-x^{\log_2 3}$

ĐK: x>0.

Ta có phương trình $x^{\log_2 9}=x^2.3^{\log_2 x}-x^{\log_2 3} \Leftrightarrow 3^{\log_2 x}=x^2-1.$ Đặt $\log_2 x \Rightarrow x=2^t$.

Phương trình trở thành $3^t=4^t-1 \Leftrightarrow \left(\dfrac{3}{4}\right)^t+\left(\dfrac{1}{4}\right)^t=1 \Rightarrow t=1 \Rightarrow \boxed{x=2}$

2. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 4xy+4(x^2+y^2)+\dfrac{3}{(x+y)^2}=7 \\ 2x+\dfrac{1}{x+y}=3 \end{cases}$

ĐK: x + y $\neq$ 0

Ta có hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3(x+y)^2+(x-y)^2+\dfrac{3}{(x+y)^2}=7 \\ x+y+\dfrac{1}{x+y}+x-y=3 \end{cases}$

Đặt u = x + y + $\dfrac{1}{x+y}$ ($|u|\geq 2$) ; v = x – y ta được hệ : $\begin{cases} 3u^2+v^2=13 \\ u+v=3 \end{cases}$

Giải hệ ta được u = 2, v = 1 do ($|u|\geq 2$)

Từ đó giải hệ $\begin{cases} x+y+\dfrac{1}{x+y}=2 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1 \\ x-y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$

Đề số250.

1. Giải hệ ph- ơng trình: $\begin{cases} \sqrt{x+1}+\sqrt{y-1}=4 \\ \sqrt{x+6}+\sqrt{y+4}=6 \end{cases}$

5. Giải ph- ơng trình: $\left(\sqrt{3}+1\right)^{\log_2 x}+x.\left(\sqrt{3}-1\right)^{\log_2 x}=1+x^2$

7 . Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2^{3x+1}+2^{y-2}=3.2^{y+3x} \\ \sqrt{3x^2+1+xy}=\sqrt{x+1} \end{cases}$

Giải: 1. Giải hệ ph- ơng trình: $\begin{cases} \sqrt{x+1}+\sqrt{y-1}=4 \\ \sqrt{x+6}+\sqrt{y+4}=6 \end{cases}$

Điều kiện: x ≥ -1, y ≥ 1

Cộng vế theo vế rồi trừ vế theo vế ta có hệ $\begin{cases} \sqrt{x+1}+\sqrt{x+6}+\sqrt{y-1}+\sqrt{y+4}=10 \\ \sqrt{x+6}-\sqrt{x+1}+\sqrt{y+4}-\sqrt{y-1}=2 \end{cases}$

Đặt u= $\sqrt{x+1}+\sqrt{x+6}$, v = $\sqrt{y-1}+\sqrt{y+4}$. Ta có hệ

$\begin{cases} u+v=10 \\ \dfrac{5}{u}+\dfrac{5}{v}=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u=5 \\ v=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=5 \end{cases}$ là nghiệm của hệ

4/ Tìm a để bất ph- ơng trình sau có nghiệm: $\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{x^2+1}>\log_{\frac{1}{3}}(ax+a)$

Điều kiện: ax + a > 0

Bpt tương đương $\sqrt{x^2+1}<a(x+1)$

Nếu a>0 thì x +1 >0.Ta có $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}<a$

Nếu a<0 thì x +1 <0.Ta có $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}>a$

Xét hàm số y = $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+1}$ với x ≠ - 1

y’ = $\dfrac{x-1}{(x+1)^2\sqrt{x^2+1}}$ =0 khi x=1

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		-	‖	-	0	+	
y	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	↗	1

a> $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ hoặc a < - 1

5/ Giải ph- ơng trình: $\left(\sqrt{3}+1\right)^{\log_2 x}+x.\left(\sqrt{3}-1\right)^{\log_2 x}=1+x^2$

Điều kiện : x>0

Đặt $\left(\sqrt{3}+1\right)^{\log_2 x}$ =u, $\left(\sqrt{3}-1\right)^{\log_2 x}=v$ ta có pt u +uv^2 = 1 + u^2 v^2 ⇔ (uv^2-1)(u — 1) = 0

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=1\\ uv^2=1\end{array}\right.$ . . . x =1

7 / Giải hệ phương trình: $\begin{cases}2^{3x+1}+2^{y-2}=3.2^{y+3x}\\ \sqrt{3x^2+1+xy}=\sqrt{x+1}\end{cases}$

PT$(2)\Leftrightarrow\begin{cases}x+1\geq 0\\ 3x^2+1+xy=x+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -1\\ x(3x+y-1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq -1\\ x=0\vee y=1-3x\end{cases}$

Với x = 0 thay vào (1) : $2+2^{y-2}=3.2^y\Leftrightarrow 8+2^y=12.2^y\Leftrightarrow 2^y=\frac{8}{11}\Leftrightarrow y=\log_2\frac{8}{11}$

Với $\begin{cases}x\geq -1\\ y=1-3x\end{cases}$ thay y = 1 – 3x vào (1) ta được : $2^{3x+1}+2^{-3x-1}=3.2(3)$

Đặt $t=2^{3x+1}$, vì $x\geq -1$ nên $t\geq -\frac{1}{4}$

PT (3) : $t+\frac{1}{t}=6\Leftrightarrow t^2-6t+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=3-2\sqrt{2}\\ t=3+2\sqrt{2}\end{array}\right.$

Đối chiếu điều kiện $t\geq -\frac{1}{4}$ ta chọn $t=3+2\sqrt{2}$.

Khi đó $2^{3x+1}=3+2\sqrt{2}\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}\left[\log_2\left(3+2\sqrt{2}\right)-1\right]$

$y=1-3x=2-\log_2\left(3+2\sqrt{2}\right)$

Vậy HPT đã cho có 2 nghiệm $\begin{cases}x=0\\ y=\log_2\frac{8}{11}\end{cases}$ và $\begin{cases}x=\frac{1}{3}\left[\log_2\left(3+2\sqrt{2}\right)-1\right]\\ y=2-\log_2\left(3+2\sqrt{2}\right)\end{cases}$

Đề số 251. Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x-y)(x^2+y^2)=13\\ (x+y)(x^2-y^2)=25\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

Giải:

Giải hệ phương trình: $\begin{cases}(x-y)(x^2+y^2)=13\\ (x+y)(x^2-y^2)=25\end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$.

$$\begin{cases}(x-y)\left(x^2+y^2\right)=13 & (1)\\(x+y)\left(x^2-y^2\right)=25 & (2)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x^3+xy^2-x^2y-y^3=13 & (1')\\y^3-xy^2+x^2y-x^3=25 & (2')\end{cases}$$

Lấy (2’) - (1’) ta được : $x^2y—xy^2=6 \Leftrightarrow (x-y)xy=6$ (3)

Kết hợp với (1) ta có :

$$\begin{cases}(x-y)\left(x^2+y^2\right)=13\\(x-y)xy=6\end{cases}$$ (I). Đặt y = - z ta có :

$$(\mathrm{I})\Leftrightarrow\begin{cases}(x+z)\left(x^2+z^2\right)=13\\-(x+z)xz=6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x+z)\left[(x+z)^2-2xz\right]=13\\(x+z)xz=-6\end{cases}$$

đặt S = x +z và P = xz ta có :

$$\begin{cases}S\left(S^2-2P\right)=13\\SP=-6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}S^3-2SP=13\\SP=-6\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}S=1\\P=-6\end{cases}$$

Ta có : $\begin{cases}x+z=1\\x.z=-6\end{cases}$. Hệ này có nghiệm $\begin{cases}x=3\\z=-2\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=-2\\z=3\end{cases}$

Vậy hệ đã cho có 2 nghiệm là : (3 ; 2) và (-2 ; -3)

Đề số252 . Giải bất phương trình: $\log_x(\log_4(2^x-4))\le 1$

Giải:

Giải bất phương trình: $\log_x(\log_4(2^x-4))\le 1$

$\log_x(\log_4(2^x-4))\le 1$. Đk: $\begin{cases}0<x\ne 1\\ \log_4(2^x-4)>0\Leftrightarrow x>\log_2 5\\ 2^x-4>0\end{cases}$

Do $x>1\Rightarrow$ PT $\Leftrightarrow \log_4(2^x-4)\le x\Leftrightarrow 2^x-4\le 4^x \Leftrightarrow 4^x-2^x+4\ge 0$ đúng với mọi *x*. Do vậy BPT có nghiệm: $x>\log_2 5$

Đề số 253.

2: Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2+35}<5x-4+\sqrt{x^2+24}$

5. Giải hệ phương trình $\begin{cases}\log_{2010}\dfrac{2(x-1)}{y}=y+x\\ \sqrt{y^2-x^2+2}=\sqrt{x-3y}\end{cases}$

Giải:

2: Giải bất phương trình: $\sqrt{x^2+35}<5x-4+\sqrt{x^2+24}$

BPT tương đương

$$\sqrt{x^2+35}-\sqrt{x^2+24}<5x-4 \Leftrightarrow \frac{11}{\sqrt{x^2+35}+\sqrt{x^2+24}}<5x-4$$

$$\Leftrightarrow 11<(5x-4)(\sqrt{x^2+35}+\sqrt{x^2+24})$$

Xét:

a)Nếu x $\le \frac{4}{5}$ không thỏa mãn BPT

b)Nếu x>4/5: Hàm số $y=(5x-4)(\sqrt{x^2+35}+\sqrt{x^2+24})$ với x>4/5

$y'=5(\sqrt{x^2+35}+\sqrt{x^2+24})+(5x-4)(\frac{1}{\sqrt{x^2+35}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+24}})$>0 mọi x>4/5

Vậy HSĐB. +Nếu 4/5<x$\le$1 thì y(x) $\le$11
+Nếu x>1 thì y(x)>11 Vậy nghiệm BPT x>1

Đề số254. Giải phương trình: $3^{x^2}2^{\frac{x}{2x-1}}=6$

Giải: Giải phương trình: $3^{x^2}2^{\frac{x}{2x-1}}=6$

Lấy logarit theo cơ số 3 cho hai vế ta được: $x^2+\frac{x}{2x-1}\log_3 2=1+\log_3 2$

Đưa phương trình về dạng: $(x-1)(2x^2+x-1-\log_3^2)=0$.

Từ đó suy ra nghiệm x = 1; $x=\frac{-1\pm\sqrt{9+8\log_3 2}}{4}$

Đề số255. .Giải bất phương trình $\sqrt{\log_2^2 x-\log_2 x^2-3}>\sqrt{5}(\log_4 x^2-3)$

Giải: Giải bất phương trình $\sqrt{\log_2^2 x-\log_2 x^2-3}>\sqrt{5}(\log_4 x^2-3)$

ĐK: $\begin{cases} x>0 \\ \log_2^2 x-\log_2 x^2-3\ge 0 \end{cases}$

Bất phương trình đã cho tương đương với $\sqrt{\log_2^2 x-\log_2 x^2-3}>\sqrt{5}(\log_2 x-3)$ (1)

đặt t = $\log_2 x$, BPT (1) $\Leftrightarrow \sqrt{t^2-2t-3}>\sqrt{5}(t-3)\Leftrightarrow\sqrt{(t-3)(t+1)}>\sqrt{5}(t-3)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t\le -1 \\ \begin{cases} t>3 \\ (t+1)(t-3)>5(t-3)^2 \end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t\le -1 \\ 3<t<4 \end{array}\right. \Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} \log_2 x\le -1 \\ 3<\log_2 x<4 \end{array}\right. \Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 0<x\le\frac{1}{2} \\ 8<x<16 \end{array}\right.$$

Vậy BPT đã cho có tập nghiệm là: $(0;\frac{1}{2}]\cup(8;16)$

Đề số 256

2, Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2\log_{1-x}(-xy-2x+y+2)+\log_{2+y}(x^2-2x+1)=6 \\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4)=1 \end{cases}$

4, Giải ph- ơng trình: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3)+\frac{1}{4}\log_4(x-1)^8=\log_2 4x$.

Giải:

2, Giải hệ ph- ơng trình: $\begin{cases}2\log_{1-x}(-xy-2x+y+2)+\log_{2+y}(x^2-2x+1)=6\\ \log_{1-x}(y+5)-\log_{2+y}(x+4)=1\end{cases}$

ĐK $\begin{cases}-4<x<1, x\neq 0\\ y>-2; y\neq -1\end{cases}$

Đ- a ph- ơng trình thứ nhất của hệ về dạng: $\log_{1-x}(2+y)+\log_{2+y}(1-x)=2$

Đặt $t=\log_{1-x}(2+y)$, tìm đ- ợc t = 1, kết hợp với ph- ơng trình thứ hai của hệ,đối chiếu với điều kiện trên, tìm đ- ợc nghiệm $(x;y)=(-2;1)$

4. , Giải ph- ơng trình: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3)+\frac{1}{4}\log_4(x-1)^8=\log_2 4x$.

Đk x > 0 và $x\neq 1$. Đ- a ph- ơng trình về dạng $\log_2(x+3)+\log_2|x-1|=\log_2(4x)$.

Xét hai khả năng 0 < x < 1 và x > 1, đối chiếu với điều kiện ta tìm đ- ợc hai nghiệm của ph- ơng trình là: $x=-3+2\sqrt{3}$ và x = 3.

Đề số 257. Giải phương trình: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3)+\frac{1}{4}\log_4(x-1)^8=3\log_8(4x)$.

Giải Giải phương trình: $\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3)+\frac{1}{4}\log_4(x-1)^8=3\log_8(4x)$.

$\frac{1}{2}\log_{\sqrt{2}}(x+3)+\frac{1}{4}\log_4(x-1)^8=3\log_8(4x)$.

Điều kiện:

$$\begin{cases}x>-3\\ x\neq 1\\ x>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<x\neq 1.$$

Biến đổi theo logarit cơ số 2 thành phương trình

$$\log_2\left[(x+3)(x-1)\right]=\log_2(4x)\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\ \ (\text{loại})\\ x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow x=3.$$

Đề số 258.

1. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases}3y=\dfrac{y^2+2}{x^2}\\ 3x=\dfrac{x^2+2}{y^2}\end{cases}$

2. Giải phương trình: $\sqrt[3]{2x+1}+\sqrt[3]{2x+2}+\sqrt[3]{2x+3}=0$

Giải:

1. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} 3y = \dfrac{y^2+2}{x^2} \\ 3x = \dfrac{x^2+2}{y^2} \end{cases}$

điều kiện x>0, y>0. Khi đó hệ tương đương $\begin{cases} 3x^2y = y^2+2 \\ 3xy^2 = x^2+2 \end{cases}$

Trừ vế theo vế hai phương trình ta được: (x-y)(3xy+x+y) = 0 $\Leftrightarrow x = y$ thay lại phương trình Giải tìm được nghiệm của hệ là: (1;1).

2. Giải phương trình: $\sqrt[3]{2x+1}+\sqrt[3]{2x+2}+\sqrt[3]{2x+3}=0$

Tập xác định: D = R. Đặt f(x) = $\sqrt[3]{2x+1}+\sqrt[3]{2x+2}+\sqrt[3]{2x+3}$

Ta có: $f'(x) = \dfrac{2}{\sqrt[3]{(2x+1)^2}} + \dfrac{2}{\sqrt[3]{(2x+2)^2}} + \dfrac{2}{\sqrt[3]{(2x+3)^2}} > 0; \forall x \neq -\dfrac{1}{2}, -1, -\dfrac{3}{2}$

Suy ra hàm số f(x) đồng biến trên tập M= $\left(-\infty, -\dfrac{1}{2}\right) \cup \left(-\dfrac{1}{2}, -1\right) \cup \left(-1, -\dfrac{3}{2}\right) \cup \left(-\dfrac{3}{2}, +\infty\right)$

Ta thấy f(-1)=0 $\Rightarrow$ x=-1 là một nghiệm của (1). Ta có: $f(-\dfrac{1}{2}) = 3; f(-\dfrac{3}{2}) = -3$

Ta có bảng biến thiên của hàm số f(x):

x	$-\infty$	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
f'(x)		$\|$	$\|$	$\|$	
F(x)	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy f(x) = 0 $\Leftrightarrow$ x = -1. Vậy phương trình đã cho có duy nhất một nghiệm x = -1.

Cách 2: Học sinh có thể đặt $\begin{cases} u = \sqrt[3]{2x+1} \\ v = \sqrt[3]{2x+3} \end{cases}$ khi đó ta được hệ $\begin{cases} u+v+\dfrac{u^3+v^3}{2} = 0 \\ v^3-u^3 = 2 \end{cases}$

giải hệ này và tìm được nghiệm.

Đề số 259. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+x+\dfrac{1}{y}(1+\dfrac{1}{y}) = 4 \\ \dfrac{x}{y^2}+\dfrac{x^2}{y}+\dfrac{1}{y^3} = 4-x^3 \end{cases}$.

Giải

Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^2+x+\dfrac{1}{y}(1+\dfrac{1}{y})=4 \\ \dfrac{x}{y^2}+\dfrac{x^2}{y}+\dfrac{1}{y^3}=4-x^3 \end{cases}$.

Đk $y\neq 0$ $\begin{cases} x^2+x+\dfrac{1}{y}(1+\dfrac{1}{y})=4 \\ \dfrac{x}{y^2}+\dfrac{x^2}{y}+\dfrac{1}{y^3}=4-x^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+\dfrac{1}{y^2}+x+\dfrac{1}{y}=4 \\ x^3+\dfrac{1}{y^3}+\dfrac{x}{y}(\dfrac{1}{y}+x)=4 \end{cases}$ đặt $\begin{cases} a=x+\dfrac{1}{y} \\ b=\dfrac{x}{y} \end{cases}$

Ta đ- ợc $\begin{cases} a^2+a-2b=4 \\ a^3-2ab=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+a-4=2b \\ a^3-a(a^2+a-4)=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+a-4=2b \\ a^2-4a+4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$

Đề số 260.

2. Giaûi phöông trình : $2\sqrt[3]{3x-2}+3\sqrt{6-5x}-8=0$ $(x\in R)$

4. Gæai heä phöông trình : $\begin{cases} \log_2(x^2+y^2)=1+\log_2(xy) \\ 3^{x^2-xy+y^2}=81 \end{cases}$ $(x, y\in R)$

Giải

2.Giaûi phöông trình : $2\sqrt[3]{3x-2}+3\sqrt{6-5x}-8=0$ $(x\in R)$

$2\sqrt[3]{3x-2}+3\sqrt{6-5x}-8=0$, ñieàu kieän : $6-5x\geq 0\Leftrightarrow x\leq\dfrac{6}{5}$

Ñaët t = $\sqrt[3]{3x-2}$ $\Leftrightarrow t^3=3x-2\Leftrightarrow x=\dfrac{t^3+2}{3}$ vaø $6-5x=\dfrac{8-5t^3}{3}$

Phöông trình trôû thaønh : $2t+3\sqrt{\dfrac{8-5t^3}{3}}-8=0$

$\Leftrightarrow 3\sqrt{\dfrac{8-5t^3}{3}}=8-2t \Leftrightarrow \begin{cases} t\leq 4 \\ 15t^3+4t^2-32t+40=0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ t = -2. Vaäy x = -2

4. Gæai heä phöông trình : $\begin{cases} \log_2(x^2+y^2)=1+\log_2(xy) \\ 3^{x^2-xy+y^2}=81 \end{cases}$ $(x, y\in R)$

Ñieàu kieän x, y > 0

$\begin{cases} \log_2(x^2+y^2)=\log_2 2+\log_2(xy)=\log_2(2xy) \\ x^2-xy+y^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2=2xy \\ x^2-xy+y^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-y)^2=0 \\ xy=4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=y \\ xy=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$

……